

ANÁLISIS VIBRACIONAL DE UNA ESTRUCTURA CIVIL DE DOS NIVELES ANTE EXCITACIONES DE PULSO EN EL ÁREA METROPOLITANA DE BUCARAMANGA

DOI: <http://doi.org/10.15332/iteckne.v20i2.3213>

PUBLICACIÓN ANTICIPADA

El Comité Editorial de la revista ITECKNE aprueba la publicación anticipada del presente manuscrito dado que ha culminado el proceso editorial de forma satisfactoria. No obstante, advierte a los lectores que esta versión en PDF es provisional y puede ser modificada al realizar la corrección de estilo y la diagramación del documento.

VIBRATIONAL ANALYSIS OF A TWO-LEVEL CIVIL STRUCTURE UNDER PULSE EXCITATIONS IN THE METROPOLITAN AREA OF BUCARAMANGA

DOI: <http://doi.org/10.15332/iteckne.v20i2.3213>

ACCEPTED FOR PUBLICATION

The Editorial Board of ITECKNE journal approves the early publication of this manuscript since the editorial process has been satisfactorily completed. However, it warns readers that this PDF version is provisional and may be modified by proof-reading and document layout processes.

Análisis vibracional de una estructura civil de dos niveles ante excitaciones de pulso en el área metropolitana de Bucaramanga

Vibrational analysis of a two-level civil structure under pulse excitations in the metropolitan area of Bucaramanga

Diego Alejandro Cárdenas-Montes¹; Andrés Américo Navarro-León¹; Isis Karina Torres-Ayala¹

Universidad Santo Tomás, Bucaramanga, Colombia. diego.cardenas@ustabuca.edu.co; andres.navarro@ustabuca.edu.co; isis.torres@ustabuca.edu.co.

ORCID Andrés Américo Navarro-León: <https://orcid.org/0000-0002-6111-7742>

ORCID Isis Karina Torres-Ayala: <https://orcid.org/0000-0001-6627-2349>

Fecha de recepción: 27 febrero 2023

Fecha de aceptación: 26 mayo 2023

Resumen: El análisis vibracional en ingeniería civil es fundamental para comprender el comportamiento de las estructuras. Las vibraciones pueden ser producidas por múltiples agentes externos y pueden ser estudiadas en diferentes contextos como: vibraciones inducidas por carga viva (personas en puentes peatonales, pisos con tráfico de personas caminando, suelos donde se desarrollan actividades deportivas, etc.), vibraciones inducidas por maquinaria (en edificios, torres, puentes colgantes y atirantados, etc.) y vibraciones inducidas por el tráfico y actividad de construcción (en carreteras, ferrocarriles, trabajos de construcción, etc.) [1]. Se pretende estudiar la dinámica vibracional de un sistema estructural de dos grados de libertad, bajo la acción de fuerzas externas variables en el tiempo, escalonada y de pulso, determinando la respuesta de la estructura (desplazamiento, velocidad y aceleración) debido a una acción externa. El sistema dinámico de ecuaciones diferenciales acopladas se resolverá numéricamente mediante el Software Mathematica para su posterior análisis de respuesta dinámica de la estructura y se contrastarán con la simulación realizada en el software de elementos finitos ETABS para el análisis complementario y correcto dimensionamiento de la estructura. Con todo lo anterior, el análisis dinámico de estructuras civiles se convierte en una pieza importante en el diseño y construcción, ya que puede brindar una orientación sobre la validación de un modelo matemático y adicionalmente plantea los tipos de pruebas repetitivas que a lo largo del tiempo pueden indicar la aparición de posibles daños durante la vida útil de las estructuras.

Palabras clave: análisis vibracional, dinámica estructural, elementos finitos, excitaciones externas, vibraciones mecánicas, frecuencia natural, movimiento armónico simple.

Abstract: Vibrational analysis in civil engineering is essential for understanding the behavior of structures. Vibrations can be caused by multiple external agents and can be studied in different contexts such as vibrations induced by live loads (people on pedestrian bridges, floors with pedestrian traffic, areas where sports activities take place, etc.), vibrations induced by machinery (in buildings, towers, suspension and cable-stayed bridges, etc.), and vibrations induced by traffic and construction activity (on roads, railways, construction sites, etc.) [1]. The aim is to study the vibrational dynamics of a two-degree-of-freedom structural system under the action of external forces varying in time, step, and pulse, determining the structure's response (displacement, velocity, and acceleration) due to an external action. The dynamic system of coupled differential equations will be numerically solved using Mathematica software for subsequent analysis of the structure's dynamic response, contrasting it with simulations conducted in the finite element software ETABS for complementary analysis and proper structural sizing. Consequently, dynamic analysis of civil structures becomes a crucial element in design and construction, providing guidance on validating a mathematical model and additionally suggesting the types of repetitive tests over time that may indicate potential damage during the structures' service life.

Keywords: Vibrational analysis, structural dynamics, finite elements, external excitations, mechanical vibrations, natural frequency, simple harmonic motion.

1. INTRODUCCIÓN

El análisis vibracional de estructuras civiles es un campo de estudio importante en ingeniería civil, ya que permite evaluar la respuesta dinámica de una estructura ante excitaciones externas. En particular, el análisis vibracional de una estructura civil de dos niveles implica el estudio de las vibraciones y resonancias que se producen en la estructura ante la aplicación de cargas externas, tales como terremotos o vientos fuertes. Para ello, se utilizan herramientas de modelado matemático y simulación numérica, que permiten obtener información precisa sobre las características dinámicas de la estructura. Respecto a las excitaciones escalonadas, estas representan cargas externas que cambian de manera gradual, mientras que las excitaciones de pulso son cargas externas que cambian de manera brusca. Ambas excitaciones pueden tener efectos significativos en la respuesta dinámica de la estructura, lo que hace que su análisis sea importante para garantizar la seguridad de las personas; adicionalmente el análisis vibracional de una estructura civil es de crucial importancia, ya que permite evaluar la seguridad y la sostenibilidad de las estructuras civiles existentes y nuevas, siendo este tipo de estudios de vital importancia en zonas de alta actividad sísmica (el departamento de Santander es el sitio con más actividad sísmica del país) o con riesgo de huracanes, donde las estructuras civiles deben ser capaces de resistir esta clase de cargas externas extremas.

De esta manera, el análisis vibracional puede contribuir a la prevención de daños a las personas y a la propiedad, lo que a su vez tiene un impacto positivo en la seguridad y la calidad de vida de las personas. El resultado final del análisis proporcionará información importante para el diseño y evaluación de estructuras de dos pisos, especialmente en zonas sísmicas donde las cargas de excitación pueden ser significativas.

2. METODOLOGÍA

Este proyecto busca estudiar la dinámica vibracional de una estructura civil de dos grados de libertad mostrando el comportamiento del sistema generalizado, estudiando sus oscilaciones naturales y su respuesta ante esfuerzos externos de pulso y escalonado, dando algunos fundamentos y técnicas básicas, utilizado en el estudio numérico de sistemas de ecuaciones diferenciales tales como el análisis y estabilidad estructural.

2.1 Modelado y análisis numérico de la estructura

Modelado y análisis numérico de la estructura: Diseño y modelado de una estructura civil de 2 grado de libertad, que permite estudiar las propiedades dinámicas en el software especializado, donde se realizará un modelo matemático de la estructura utilizando software de análisis estructural. Adicionalmente se definirán las condiciones de contorno y las restricciones adecuadas para el modelo, en el cual se asignarán las propiedades mecánicas y geométricas de los materiales a las diferentes partes de la estructura. Por último, se definirán las excitaciones escalonadas y de pulso que se aplicarán al modelo y se realizará un análisis modal para obtener las frecuencias naturales de la estructura y las formas modales asociadas.

2.2 Análisis de la respuesta dinámica de la estructura

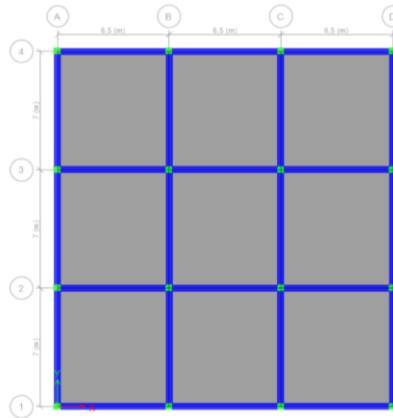
Se aplicará las excitaciones escalonadas y de pulso al modelo y se obtendrá la respuesta dinámica de la estructura en el tiempo, en donde se evaluarán los desplazamientos, aceleraciones y velocidades en diferentes puntos de la estructura. Se realizará el análisis numérico de la ecuación dinámica que rige la estructura. Para llevar a cabo este estudio, presentamos el método numérico que mejor se adapta a un

sistema de ecuaciones diferenciales acoplados para resolver la ecuación diferencial no lineal que surge naturalmente cuando se aplican las leyes mecánicas clásicas a la estructura civil de 2 grado de libertad con amortiguado generalizado.

2.3 Modelamiento de la estructura (ETABS)

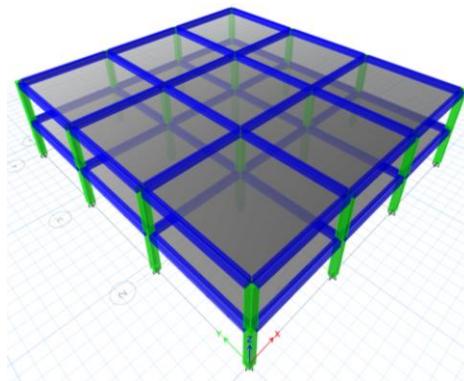
El modelamiento se diseñó inicialmente utilizando un formato de grilla para dibujar las medidas correspondientes en 2D y 3D del proyecto como se puede observar en la figura 1 y figura 2. Luego, se agregaron dos niveles, teniendo en cuenta un entrepiso de 3 metros y se crearon los materiales para un concreto de 21 megapascales (Mpa). Posteriormente, se realizó el predimensionamiento utilizando la tabla C.9.5 de la normativa sismo resistente de Colombia (NSR-10) para poder definir las dimensiones de las vigas y las columnas, quedando las vigas con dimensiones de 35 cm x 40 cm y las columnas con dimensiones de 40 cm x 40 cm, se creó una losa aligerada de 10 cm de espesor y se agregaron las cargas teniendo en cuenta la normativa con el fin de cumplir con las derivas correspondientes para que ninguna sobrepase su máximo del 1%.

Fig. 1. VISTA EN PLANTA 2D DISEÑO DE LA ESTRUCTURA EN EL PROGRAMA ETABS



Fuente: Los autores

Fig. 2. Vista en 3D diseño de la estructura en el programa ETABS



Fuente: Los autores

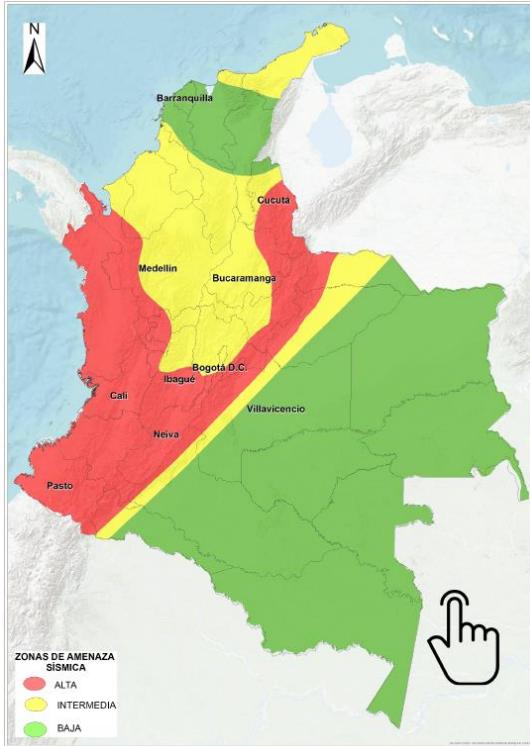
2.4 Zonas de amenaza sísmica

Colombia se localiza dentro de una de las zonas sísmicas más activas de la Tierra, pues en la región convergen las placas tectónicas de Nazca y del Caribe contra la placa suramericana. La interacción continua entre las placas Nazca y suramericana que se mueven y chocan entre sí, ha producido la formación de montañas, cordilleras y fallas geológicas.

En general, la sismicidad en Colombia está relacionada con la actividad en la zona de subducción del pacífico colombiano y en las fallas geológicas activas del país. Una de las zonas con mayor concentración de eventos sísmicos en Colombia es el “Nido sísmico de Bucaramanga”, con epicentros ubicados en la zona de la Mesa de Los Santos en el departamento de Santander, el cual es considerado como zona de amenaza sísmica de alta disipación de energía (DES).

El territorio colombiano presenta diferentes niveles de amenaza sísmica (alta, intermedia y baja). Aproximadamente el 83% de la población nacional está ubicada en zonas de amenaza sísmica intermedia y alta. [2] (ver fig. 3).

Fig. 3. Zonas de amenaza sísmica (NSR-10)



Fuente: [5]

2.5 Cargas aplicadas a la estructura

Las cargas se aplicaron según la normativa sismo resistente de Colombia (NSR-10). En este caso, como la investigación apunta a un análisis vibracional de estructuras civiles de dos niveles localizadas dentro del área metropolitana de Bucaramanga, la carga viva (L) que corresponde al uso de la estructura se aplicó de tipo residencial para cuartos privados y sus corredores con un valor de 1,8 de carga uniforme

(Un/m²) m² de área en planta. De igual forma, la carga muerta (D) se tomó de tipo residencial, pero en este caso para fachada y particiones livianas con un valor de 3,4 (Un/m²) como se muestra en las tablas B.3.4.3-1 para cargas muertas y B.4.2.1-1 para carga vivas de la normativa presentadas a continuación (ver tabla I y tabla II) y cargando los valores en el programa como se muestra en la figura 4.

TABLA I.
VALOR CARGA MUERTA PARA EL PROYECTO (NSR-10)

| | | | |
|----------------|--|-----|-----|
| Comercio | Exhibición y venta de mercancías. | 1.5 | 1.4 |
| Residencial | Fachada y particiones de mampostería. | 3.0 | 1.6 |
| | Fachada y particiones livianas. | 2.0 | 1.4 |
| Almacenamiento | Almacenamiento de materiales livianos. | 2.0 | 1.4 |
| Garaje | Garaje para vehículo con capacidad de hasta 2000 kg. | 0.2 | 1.0 |

Fuente: [5]

TABLA II.
VALOR CARGA VIVA PARA EL PROYECTO (NSR-10)

| | | |
|---------------|-----------------------------------|-----|
| Institucional | Cuartos de cirugía, laboratorio | 4.0 |
| | Cuartos privados | 2.0 |
| | Corredores y escaleras | 5.0 |
| Comercio | Minorista | 5.0 |
| | Mayorista | 6.0 |
| Residencial | Balcones | 5.0 |
| | Cuartos privados y sus corredores | 1.8 |

Fuente: [5]

Fig. 4. CARGAS MODELO PROGRAMA (ETABS)



Fuente: Los autores

3. RESULTADOS

3.1 Espectro sísmico de diseño

Los movimientos sísmicos de diseño se definen en función de la aceleración pico efectiva, representada por el parámetro a , y de la velocidad pico efectiva, representada por el parámetro A_v , para una probabilidad del diez por ciento de ser excedidos en un lapso de cincuenta años. Los valores de estos coeficientes, para efectos de este Reglamento, deben determinarse de acuerdo con la tabla A.2.3-2. [9] Basados en la normativa sismorresistente de Colombia (NSR-10) estos valores que corresponden a las zonas de amenaza y movimientos sísmicos de diseño para las ciudades capitales de departamento se pueden encontrar en la tabla de la norma mencionada anteriormente y presentada a continuación (ver tabla III).

TABLA III. VALORES DE AA Y AV PARA LAS CIUDADES CAPITALES DE DEPARTAMENTO

| Ciudad | A_a | A_c | Zona de Amenazas sísmica |
|--------------|-------|-------|--------------------------|
| Arauca | 0.15 | 0.15 | Intermedia |
| Armenia | 0.25 | 0.25 | Alta |
| Barranquilla | 0.10 | 0.10 | Baja |
| Bogotá | 0.15 | 0.20 | Intermedia |
| Bucaramanga | 0.25 | 0.25 | Alta |
| Cali | 0.25 | 0.25 | Alta |
| Cartagena | 0.10 | 0.10 | Baja |

Fuente: [5]

Los valores de los coeficientes F_a y F_v presentados en la NSR-10 para la zona de periodos cortos y periodos intermedios del espectro, se hallaron como se puede evidenciar en (ver tabla IV y V) a continuación, teniendo en cuenta la intensidad de los movimientos sísmicos con los valores de A_a , A_v y según el tipo de perfil del suelo que para Bucaramanga es tipo "D", siendo necesario realizar una interpolación ya que los valores del proyecto de A_a y A_v son de 0,25 y se encuentran entre 0,2 y 0,3. Logrando encontrar un valor para F_a de 1,3 y un valor para F_v de 1,9.

**TABLA IV.
VALOR COEFICIENTE FA PRESENTADO EN LA NSR-10 (INTERPOLACIÓN)**

| Tipo de perfil | Intensidad de los movimientos sísmicos | | | | |
|----------------|--|-------------|-------------|-------------|----------------|
| | $A_a \leq 0.1$ | $A_a = 0.2$ | $A_a = 0.3$ | $A_a = 0.4$ | $A_a \geq 0.5$ |
| A | 0.8 | 0.8 | 0.8 | 0.8 | 0.8 |
| B | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 |
| C | 1.2 | 1.2 | 1.1 | 1.0 | 1.0 |
| D | 1.6 | 1.4 | 1.2 | 1.1 | 1.0 |

Fuente: [5]

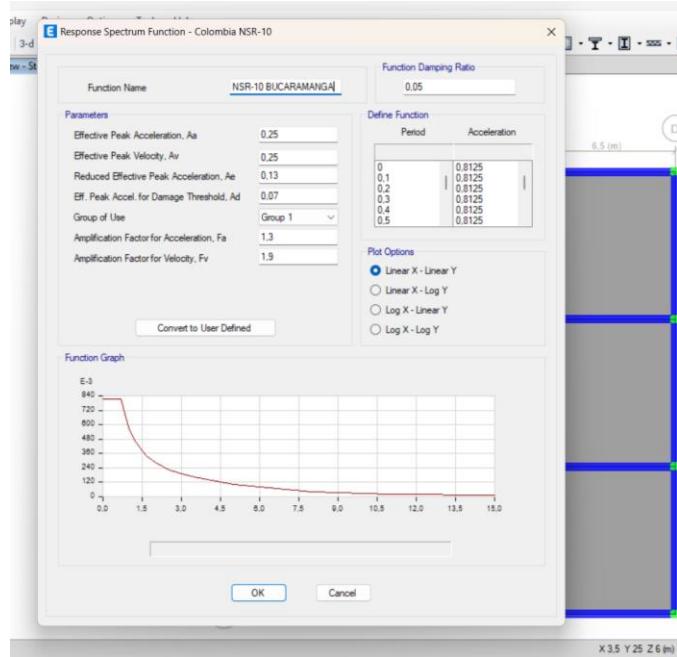
**TABLA V.
VALOR COEFICIENTE FV PRESENTADO EN LA NSR-10 (INTERPOLACIÓN)**

| Tipo de perfil | Intensidad de los movimientos sísmicos | | | | |
|----------------|--|-------------|-------------|-------------|----------------|
| | $A_v \leq 0.1$ | $A_v = 0.2$ | $A_v = 0.3$ | $A_v = 0.4$ | $A_v \geq 0.5$ |
| A | 0.8 | 0.8 | 0.8 | 0.8 | 0.8 |
| B | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 |
| C | 1.7 | 1.6 | 1.5 | 1.4 | 1.3 |
| D | 2.4 | 2.0 | 1.8 | 1.6 | 1.5 |

Fuente: [5]

Posteriormente, al tener todos los valores extraídos de la norma para poder realizar el espectro de diseño sísmico, se cargaron en el programa (ETABS) como se muestra en la figura V.

Fig. 5. Valores subidos al espectro de diseño sísmico de Bucaramanga ETABS (Response septum function - Colombia NSR-10)



Fuente: Los autores

3.2 Derivas máximas por piso ETABS (maximum story drifts)

La NSR-10 exige que la deriva en cada nivel de un edificio sea inferior a 1% de la altura de ese nivel para estructuras de hormigón y acero y de 0.5% de la altura de ese nivel para estructuras de mampostería estructural. (ver Tabla A.6.4-1 de NSR-10). Si no se cumple, la estructura debe ser lo suficientemente rígida para reducir el desplazamiento horizontal. Esto significa utilizar materiales más resistentes, aumentar las dimensiones de los elementos verticales como columnas y muros, o agregar nuevos elementos verticales.

A través del programa ETABS y al ejecutar el modelo se lograron determinar resultados importantes del diseño de la estructura realizando un análisis vibracional y basados en la respuesta dinámica al modelamiento sismorresistente. Logrando determinar los períodos de vibración, la masa del piso 1 de la estructura de tipo residencial correspondiente a 223008.26 kg, la masa del piso 2 con un valor de 213610.56 kg (ver figura VII) y la rigidez de la estructura en cuanto a las fuerzas laterales que el mismo programa calculaba teniendo en cuenta las cargas sísmicas de diseño, con un resultado para la rigidez horizontal: $k_x = 231976.55 \text{ kN/m}$ y la rigidez vertical: $k_y = 228009.98 \text{ kN/m}$.

3.3 Modelado del comportamiento dinámico de una estructura de dos niveles

La formulación de ecuaciones de movimiento para un sistema de varios grados de libertad (VGDL) se lleva a cabo mediante una idealización simplificada de un marco de dos niveles que está sometido a fuerzas externas. En esta idealización, se considera que los sistemas de vigas y pisos son demasiado rígidos a la flexión, y se desprecian algunos factores importantes como la deformación axial de las vigas y columnas y el efecto de la fuerza axial sobre la rigidez de las columnas. Aunque esta idealización es poco

realista, resulta muy útil para ilustrar cómo se desarrollan las ecuaciones de movimiento para un sistema de VGDL [11]. En fases posteriores de la formulación, es posible extender la idealización a estructuras más realistas que tengan en cuenta la flexión y rotaciones de los nudos, así como otras estructuras distintas a los edificios. En cuanto a la distribución de la masa en el edificio, se asume que se distribuye en todo el edificio, pero se idealiza como si estuviera concentrada en los niveles de los pisos. Esta idealización suele ser apropiada para edificios con varios niveles, ya que la mayor parte de la masa del edificio se encuentra, de hecho, en los niveles de los pisos.

A pesar de estas limitaciones, la conceptualización del marco cortante resulta altamente conveniente para ilustrar la manera en que las ecuaciones de movimiento se desarrollan en un sistema de VGDL. Según se indica en el artículo [12], esta representación inicial sirve como punto de partida para analizar estructuras más complejas, las cuales tienen en cuenta tanto la flexión como las rotaciones de los nudos; además, se aplica también a otras estructuras distintas a los edificios. En sistemas estructurales básicos como el marco de dos niveles, resulta sencillo calcular el número de grados de libertad. Este tipo de estructura, compuesta por dos pisos y una masa concentrada en cada uno, presenta dos grados de libertad: los desplazamientos laterales de los dos niveles en la dirección horizontal. Para modelar la disipación de energía en estas estructuras, se emplea el mecanismo de amortiguamiento viscoso lineal, el cual presupone que la disipación de energía es directamente proporcional a la velocidad de deformación.

Con base a lo anterior, las fuerzas F_i representan las fuerzas externas actuando en cada piso, m_i es la masa de cada nivel, k_i indica la rigidez lateral de cada nivel y b_i es el coeficiente de amortiguamiento vinculado a los efectos de amortiguamiento de la velocidad. La ecuación dinámica que gobierna el modelo expuesto es:

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{b}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{k}\mathbf{x} = \mathbf{F} \quad (1)$$

donde, \mathbf{x} , $\dot{\mathbf{x}}$ y $\ddot{\mathbf{x}}$ representan los vectores de desplazamiento, velocidad y aceleración de los dos grados de libertad del sistema, mientras que \mathbf{m} , \mathbf{b} y \mathbf{k} son las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez, respectivamente. Si los mecanismos de amortiguamiento son uniformes en toda la estructura (como en un edificio de múltiples pisos con un sistema estructural y materiales similares en todos los niveles), se puede aplicar la idealización clásica del amortiguamiento. Se empleará el amortiguamiento de Rayleigh, donde las vibraciones de la estructura se disipan debido a la fricción interna y la deformación de los materiales que la componen [13]. En esencia, durante las vibraciones de la estructura, la energía vibratoria se transforma en energía térmica, lo que disminuye tanto la amplitud como la duración de las vibraciones.

El amortiguamiento de Rayleigh desempeña un papel crucial en el diseño sísmico de edificaciones y otras estructuras, dado que las vibraciones sísmicas tienden a ser extremadamente intensas y con potencial destructivo, de esta manera al contar con un sistema de amortiguamiento apropiado puede disminuir considerablemente tanto las fuerzas sísmicas como las deformaciones en la estructura, lo que, a su vez, ayuda a protegerla de posibles daños graves. Dada la configuración de la estructura, se considera la siguiente forma para la matriz de amortiguamiento:

$$\mathbf{b} = a_0 \mathbf{m} + a_1 \mathbf{k} \quad (2)$$

Los valores de a_0 y a_1 se pueden derivar considerando las fracciones de amortiguamiento relativas a ζ , que son características de los modos naturales de oscilación [14]. Se parte de la premisa inicial de que ambos modos poseen la misma fracción de amortiguamiento, lo cual resulta plausible si la estructura es simétrica en sus niveles y está construida con materiales homogéneos. Bajo estas condiciones, es factible que ambos modos de oscilación experimenten niveles equivalentes de fricción y pérdida de energía, atribuibles a la resistencia del aire y a la fricción interna del material. Por consiguiente, los coeficientes pueden ser determinados de la siguiente manera:

$$a_0 = \frac{2\omega_i\omega_j\zeta}{\omega_i+\omega_j} \text{ y } a_1 = \frac{2\zeta}{\omega_i+\omega_j} \quad (3)$$

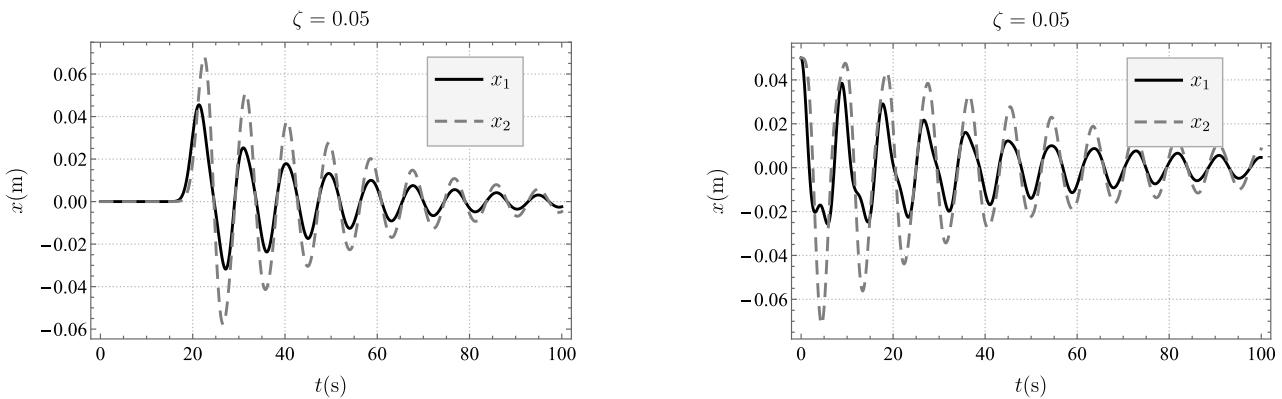
Cualquier sistema elástico puede experimentar una aceleración, desplazamiento y velocidad libres a raíz de un impulso inicial, donde el movimiento se mantiene exclusivamente por las fuerzas de restitución del sistema; tal sistema en vibración libre se comportará en una o más de sus frecuencias naturales, las cuales dependen de cómo se distribuye su masa y rigidez. Cuando fuerzas externas perturbadoras actúan sobre el sistema, el movimiento resultante se convierte en una aceleración, desplazamiento y velocidad forzados [15].

Las soluciones numéricas de la ecuación (1) se muestran en las figuras 6 a 8. Se ha implementado para un esfuerzo externo actuando sobre el piso uno mediante un pulso definido como:

$$F_1 = \int_{-\infty}^{\infty} 247.37 e^{-0.33 z^2} e^{-0.33 (z-t)^2} dz \quad (4)$$

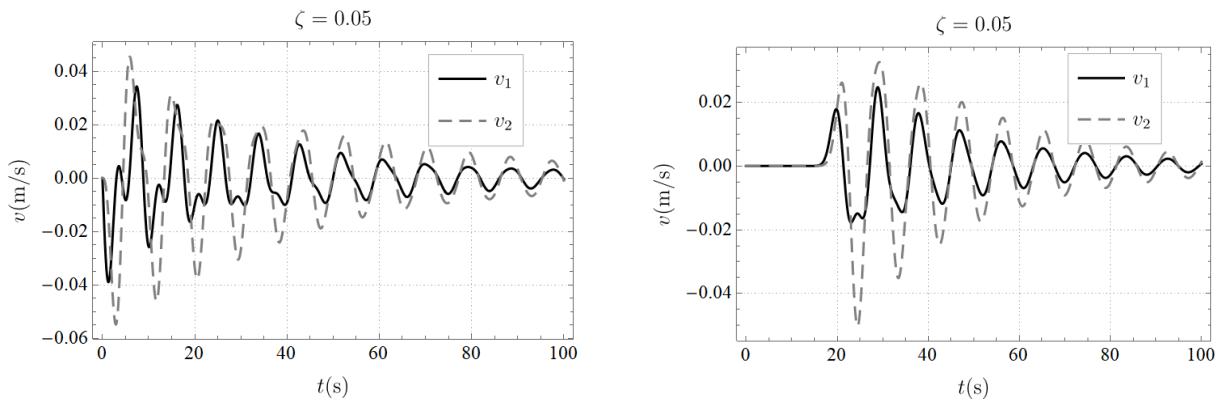
El valor 247.37 se ha tomado con el propósito de generar un esfuerzo máximo de aproximadamente 400 N; adicionalmente el pulso actuara a partir del segundo 20 sobre el primer piso.

Fig. 6. DESPLAZAMIENTO LIBRE VS DESPLAZAMIENTO CON UN PULSO



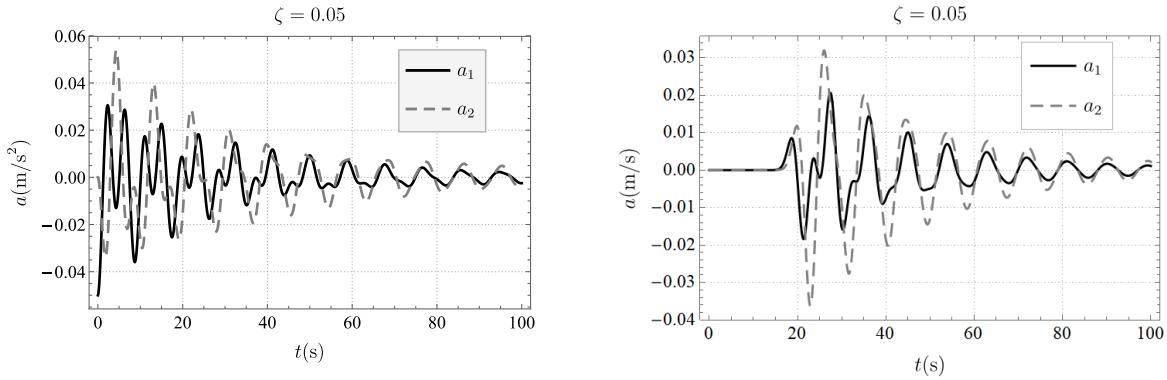
Fuente: Los autores

Fig. 7. RAPIDEZ LIBRE VS RAPIDEZ CON UN PULZO



Fuente: Los autores

Fig. 8. ACELERACIÓN LIBRE VS ACELERACIÓN CON UN PULZO



Fuente: Los autores

Las condiciones iniciales del sistema dinámico vinculado en la ecuación (1) se establecieron como sigue: $u_1(0) = 0.01$ m, $u_2(0) = 0.01$ m, $\dot{u}_1(0) = 0$ m/s y $\dot{u}_2(0) = 0$ m/s. En todas las soluciones numéricas se aplicó un coeficiente de amortiguamiento del 0.05. El método numérico utilizado para resolver el conjunto de ecuaciones diferenciales acopladas fue el RKF45 (Runge-Kutta-Fehlberg 45), un algoritmo de cuarto orden $O(h^4)$ con un estimador de errores de quinto orden $O(h^5)$, integrado dentro de la solución numérica del programa Mathematica.

4. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Se realizó un análisis numérico de la ecuación (1) en el régimen de amortiguamiento subcrítico, incorporando un amortiguamiento de Rayleigh, con una rigidez y frecuencias constantes para la estructura. En el caso de las oscilaciones libres de la estructura, representadas en las figuras a la izquierda (6, 7 y 8) bajo las condiciones iniciales $u_1(0) = 0.01$ m, $u_2(0) = 0.01$ m, $\dot{u}_1(0) = 0$ m/s y $\dot{u}_2(0) = 0$ m/s, la estructura alcanza rápidamente un estado estacionario. El comportamiento de estas oscilaciones libres en la estructura de dos niveles se asemeja al de dos osciladores amortiguados libres, como se esperaba, reflejando un comportamiento similar en desplazamiento, velocidad y aceleración.

Por otro lado, las oscilaciones forzadas se representan en las figuras a la derecha (6, 7 y 8), con las mismas condiciones iniciales. Debido al acoplamiento dinámico del sistema, en la figura 6 de la derecha se observa que el segundo nivel de la estructura presenta un mayor desplazamiento en comparación con su condición inicial de $u_2(0) = 0.06$ m, donde el desplazamiento del nivel 2 se aproxima a duplicarse en un intervalo de tiempo que el pulso actúa. En cuanto a la aceleración forzada del sistema, representada en la figura 8 derecha, el nivel 1, que experimenta la fuerza externa según la ecuación (4), experimenta la mayor aceleración, alcanzando un máximo de un 3% de la aceleración gravitacional. En contraste, el nivel 2 muestra una aceleración prácticamente nula en comparación con el nivel 1, como se aprecia en la miniatura de la figura 6 derecha.

5. CONCLUSIONES

Se incorporó un amortiguamiento tipo Rayleigh en la matriz de amortiguamiento, una aproximación válida cuando se trata de amortiguamiento clásico o lineal, especialmente adecuado para la respuesta elástica lineal de la estructura analizada. Para futuros análisis, se pretende ampliar este estudio mediante un análisis modal para evaluar la respuesta sísmica en estructuras similares.

Las ecuaciones dinámicas acopladas del sistema se resolvieron numéricamente utilizando el algoritmo RKF45, revelando un comportamiento coherente con un sistema de dos grados de libertad para las

oscilaciones libres. Se consideró cada nivel como una masa puntual en este enfoque. En resumen, se observó que la rigidez asociada a la estructura simulada en ETABS proporciona un desplazamiento suficientemente seguro ante perturbaciones externas, como se mostró en la ecuación (4).

Es importante señalar que las perturbaciones externas modeladas no replican exactamente un sismo, pero abren la posibilidad para estudios más detallados, especialmente para edificaciones ubicadas en zonas sísmicas como Santander, Colombia. Se planea para futuros trabajos la implementación de un análisis modal vibracional considerando los desplazamientos del terreno, lo que ofrecerá una visión más completa y detallada de la respuesta estructural frente a eventos sísmicos.

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos el apoyo permanente de la Vicerrectoría Académica de la Universidad Santo Tomás, la Facultad de Ingeniería Civil y el Departamento de Ciencias Básicas.

REFERENCIAS

- [1] J. D. Hartog, *Mechanical Vibrations*. Nueva York: Courier Corporation, 1934.
- [2] Instituto Distrital de Gestión de Riesgos y Cambio Climático, "Zonas Amenaza NSR-10," [En línea]. Disponible en: <https://www.idiger.gov.co/rsismico>.
- [3] CSI Spain. "ETABS." [En línea]. Disponible: <https://www.csiespana.com/software/5/etabs>. Accedido: Mar. 20, 2023.
- [4] D. H. Hodges y G. A. Pierce, *Introduction to Structural Dynamics and Aeroelasticity*, Cambridge Aerospace Series, Vol. 15. 272 páginas. [En línea]. Disponible: https://books.google.com/books/about/Introduction_to_Structural_Dynamics_and.html?id=8XqVmxECAAJ.
- [5] X. Liu, L. Zhong Jiang, P. Xiang, Z. Peng Lai, Y. Lin Feng y S. Shan Cao, "Dynamic response limit of high-speed railway bridge under earthquake considering running safety performance of train," *Journal of Central South University*, vol. 28, no. 3, pp. 968-980, 2021. DOI: 10.1007/S11771-021-4657-2.
- [6] X.T. Ma, C. Bao, S.I. Doh, H. Lu, L.X. Zhang, Z.W. Ma y Y.T. He, "Dynamic response analysis of story-adding structure with isolation technique subjected to near-fault pulse-like ground motions," *Physics and Chemistry of the Earth, Parts A/B/C*, vol. 121, p. 02957, 2021. DOI: 10.1016/J.PCE.2020.102957.
- [7] M. Petyt, *Introduction to Finite Element Vibration Analysis*, Segunda Edition, ISBN: 978-0-521-19160-9, 1-500, 2010. DOI: 10.1017/CBO9780511761195.
- [8] G. B. Warburton, "Dynamics of structures, by Ray W. Clough and Joseph Penzien, 2nd edition, McGraw-Hill, New York, 1993. No. of pages: 738. ISBN 0-07-011394-7," *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, vol. 24, no. 3, pp. 457-462, 1995. DOI: 10.1002/EQE.4290240311.
- [9] Ministerio de Vivienda, Ciudad y Territorio. (2010). Norma Colombiana de Diseño y Construcción Sismo Resistente – NSR -10. Editor. <https://www.idrd.gov.co/sites/default/files/documentos/Construcciones/3itulo-c-nsr-100.pdf>
- [10] Sociedad Colombiana de Geotecnia, "Título A de la Normativa Sismo Resistente," [En línea]. Disponible en: <https://www.scg.org.co/Titulo-A-NSR-10-Decreto%20Final-2010-01-13.pdf>, 2010.
- [11] K. D. Hjelmstad, "Fundamentals of Structural Dynamics," *Fundamentals of Structural Dynamics*, 2022, doi: 10.1007/978-3-030-89944-8.
- [12] I. Hajirasouliha and H. Moghaddam, "New Lateral Force Distribution for Seismic Design of Structures," *Journal of Structural Engineering*, vol. 135, no. 8, pp. 906–915, Jul. 2009, doi: 10.1061/(ASCE)0733-9445(2009)135:8(906).
- [13] K. Graff, *Wave motion in elastic solids*, Courier Corporation. 2012.
- [14] O. Möller, M. Rubinstein, J. P. Ascheri, J. W. Signorelli, M. A. Storti, and A. Rosario, "ANÁLISIS DEL AMORTIGUAMIENTO PROPORCIONAL A LA RIGIDEZ TANGENTE EN SISTEMAS DINÁMICOS NO LINEALES," *Mecánica Computacional*, vol. XXX, pp. 1277–1293, 2011.
- [15] J. E. Hurtado Gómez, *Dinámica de estructuras: aplicaciones a la Ingeniería Sísmica*. Centre Internacional de Mètodes Numèrics en Enginyeria (CIMNE), 2000. Accessed: Mar. 28, 2023. [Online]. Available: <https://upcommons.upc.edu/handle/2117/28223>