

# Control PID tipo fraccional para la posición del cabezal de una unidad de CD para aplicaciones en microscopía óptica

## Fractional PID controller designed for a CD pickup head position control to be used in optical microscopy

**Paula Andrea Ortiz Valencia**

MSc. en Ingeniería área Automática,  
Universidad Pontificia Bolivariana. Docente Tiempo Completo,  
Investigador Grupo Automática y Electrónica,  
Instituto Tecnológico Metropolitano ITM. Medellín, Colombia  
paulaortiz@itm.edu.co

**Lorena Cardona Rendón**

PhD(c) Universidad Nacional de Colombia  
MSc. en Ingeniería área Automática,  
Universidad Pontificia Bolivariana.  
Grupo Inteligencia Artificial en Educación,  
Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín,  
lcardon0@unalmed.edu.co

**Resumen—** En este artículo se diseña un control PID tipo fraccional para la posición del cabezal de una unidad de CD que se piensa emplear en el desarrollo de un microscopio óptico motorizado. En dicha aplicación se reemplazará el disco o CD por una placa con la muestra que va a ser estudiada, y se usará el cabezal de la unidad para iluminar la muestra. Con el controlador diseñado se busca que no haya dependencia del subcódigo escrito en un CD para determinar la posición del cabezal, para lo cual se usará un ratón de computador como sensor de posición. También se busca un control que mejore el desempeño del sistema y que sea robusto frente a las incertidumbres en el modelo de la planta, razón por la cual se empleará un control tipo fraccional ( $PI^{\lambda}D^{\mu}$ ) y se ajustarán los parámetros  $K_p$ ,  $K_i$ ,  $K_d$ ,  $\lambda$ ,  $\mu$  con cinco especificaciones de robustez. Para la sintonización del control se utiliza la *toolbox* de optimización de *Matlab* con la función *fmincon*. Al final del artículo se presentan los resultados en simulación, se concluye sobre la resolución obtenida, la robustez del controlador y la viabilidad del sistema de control para ser empleado en un microscopio.

**Palabras clave—** Control de posición, Control Fraccional, Control Robusto, Microscopía óptica, ratón óptico, unidad de CD.

**Abstract—** On this work a fractional PID controller is designed for a CD pickup head position control that is intended to use in the development of a motorized optical microscope. In such an application the disk or CD would be replaced by a plate with the sample to be studied, and the pickup head would be used to illuminate the sample. The controller is designed in such a way that there is no dependence on a CD written subcode to determine the position of the head, and for this, a computer mouse is used as a position sensor. We also look for the controller to improve the system performance and to be robust against model uncertainties of the plant, that is why we use a fractional controller  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  and adjust the parameters  $K_p$ ,  $K_i$ ,  $K_d$  and  $\mu$  according

to five robustness rules. For tuning the control we use the *Matlab* optimization toolbox together with *fmincon* function. At the end of the paper we present the simulation results, concluding about the resolution obtained, the robustness of the controller and the viability of the control system to be used in a microscope.

**Keywords—** CD, fractional control, position tracking, robust control, optical microscopy, optical mouse.

## I. INTRODUCCIÓN

Debido a las rápidas mejoras en las tecnologías de manufactura electrónica, los computadores se han convertido en productos electrónicos de corta vida, lo que termina en una gran cantidad de computadores desechados que pueden contaminar seriamente el medio ambiente [1]. Para aportar una solución, muchos investigadores han desarrollado trabajos en los que diferentes partes de computador se reutilizan y adaptan para dar soluciones innovadoras a problemas en diversos ámbitos. Una parte de computador que ha tenido especial interés es la unidad de Disco Compacto (CD), ya que contiene elementos opto-mecánicos muy precisos.

Cuando se revisa el estado del arte, se encuentran aplicaciones de las unidades de CD en perfilometría [2]–[8], en microscopía de barrido [9], en microscopía de fuerza atómica [10]–[14], para desarrollar un velocímetro [15], [16], para desarrollar un interferómetro de Fizeau multifase homodino [17], para medir rectitud [18], para el desarrollo de una micro-máquina de medición por coordenadas [19][20], para crear un pulsador

electrónico [21], para desarrollar un acelerómetro óptico [22][23], en el desarrollo de una sonda táctil tridimensional [24], para desarrollar un biosensor óptico [25], un sistema de análisis celular [26], un sistema de micro-espectroscopia de Raman miniaturizado [27], para medir eventos vinculantes bio-moleculares [28], en citometría [29]–[31], para análisis de micro-estructuras [32], en la detección óptica para chips de ADN [33][34], en la detección de bio-información a partir de un bio-chip [35], para desarrollar un autocolimador [36], para detectar drogas y uniones en células biológicas [37].

Como aporte adicional en esta línea, en el Instituto Tecnológico Metropolitano (ITM), en Colombia, se está desarrollando un microscopio óptico de bajo costo con platina motorizada, a partir de una unidad de CD desechada. En este caso, en lugar de un CD, se tendría una placa con la muestra para ser observada y el cabezal de la unidad serviría para iluminar la muestra de manera enfocada, con una cámara Web al lado opuesto para tomar las imágenes.

En el control normal de posición del cabezal de una unidad de CD se lee un sub-código escrito en el CD que informa al sistema la posición del cabezal en cada momento. Pero, en este trabajo, no se tiene un CD sino una placa con una muestra y, por lo tanto, se pierde el sub código que permite realimentar el lazo de control.

La mayoría de los trabajos estudiados, en los que se desarrollan aplicaciones alternativas a las unidades de CD, utilizan únicamente la tecnología de auto-enfoque encontrada dentro del cabezal de la unidad, muchos no requieren controlar el movimiento del cabezal y los que sí lo requieren, usan motores o plataformas piezoeléctricas que son costosas y que, por lo tanto, no podrían ser empleadas en este trabajo, ya que se quiere lograr un microscopio de bajo costo. Se exceptúan los trabajos de Islam et al. [8], quienes usaron un ratón óptico para medir la velocidad del cabezal, y Bartoli et al. [5], [6], quienes usaron el mismo cabezal óptico de la unidad como sensor. Sin embargo, en los trabajos mencionados, se controla la velocidad del cabezal más no su posición.

Para lograr medir la posición del cabezal, en este trabajo se recurrirá a la combinación de dos sensores, a saber, un ratón óptico y un codificador de un ratón optomecánico de computador,

mediante la técnica de mínimos cuadrados ponderados.

El control de posición de la platina se hará con un controlador PID tipo fraccional. La razón por la cual se seleccionó este tipo de control es que éste posee la ventaja frente a otros controladores robustos de que los conceptos teóricos y el lenguaje utilizado son de fácil comprensión, ya que se lo puede ver como un caso especial de los controladores PID de orden entero, que son de común manejo para todos los profesionales de esta área de conocimiento. Adicionalmente, los controladores de orden fraccional por su cantidad de parámetros ajustables, permiten respuestas en el tiempo y la frecuencia del sistema de control más maniobrables con un desempeño robusto, sin necesidad de utilizar representaciones en espacio de estado.

Los controladores de orden fraccional son una nueva alternativa que ha permitido explicar fenómenos que eran imposibles de comprender desde el punto de vista de los sistemas lineales enteros [38], razón por la cual ha sido objeto de recientes desarrollos, contándose incluso con una *toolbox* para *Matlab* [39] llamada CRONE (*CommandeRobusted'OrdreNnon Entier*) [39].

Uno de los inconvenientes que tiene este controlador es la dificultad que se presenta para sintonizarlo. En este sentido se ha intentado aplicar diferentes técnicas para la sintonización de controles fraccionales, como el método Ziegler-Nichols [40][41], series de polinomios [42], algoritmos genéticos [43], enjambres de partículas [44], teoría electromagnética [45], cuantificadores dinámicos [46] y modos deslizantes [47][48]. Sin embargo, muchas de las técnicas usadas presentan problemas por la cantidad de parámetros que se requiere calcular, lo que se traduce en alta carga computacional y altos tiempos de procesamiento, siendo esta la razón de que muchos trabajos de implementación del control fraccional se hayan hecho sobre variables o procesos de reacción lenta, tales como el control de temperatura.

En este trabajo se optará por la aproximación usada en [40], que consiste en un método iterativo que busca cumplir cinco condiciones de robustez. La razón es que en dicho trabajo se muestra la posibilidad de obtener una sintonización rápida del control con resultados robustos.

## II. MATERIALES Y MÉTODOS

### A. Modelo de la Unidad de CD

Para obtener un modelo de la unidad de CD, se recurrió a un software de modelado en 3D (*Autodesk Inventor*® 2011), en el cual se construyeron los modelos de cada uno de los componentes a partir de medidas sobre una unidad de CD real tomadas con un calibrador. Luego, las partes modeladas se unieron en un archivo de ensamble para generar las relaciones entre ellas. La unidad de CD y el modelo en 3D se observan en la Fig. 1. El modelo está compuesto por los elementos que se listan a continuación (los elementos listados están realmente formados por varios componentes, pero sin movimiento relativo entre ellos):

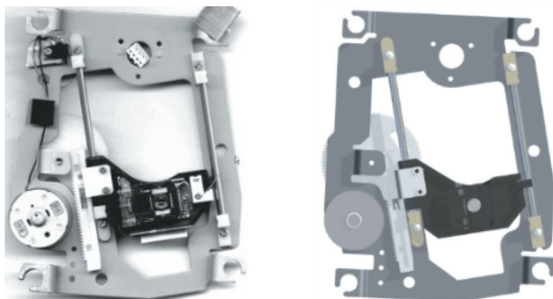
**Placa:** es el elemento fijo, allí están las guías por las que desliza el cabezal y el armazón del motor.

**Engranaje 22:** Está conectado directamente al eje del motor. Tiene 22 dientes y un diámetro primitivo de 8.8mm.

**Engranajes 95\_18:** Son dos engranajes contruidos en un solo cuerpo, uno de los cuales engrana con el engranaje 22 (de 95 dientes y un diámetro primitivo de 38mm) y el otro engrana con la cremallera conectada al cabezal (de 18 dientes y un diámetro primitivo de 7.14mm).

**Cabezal:** es el elemento cuyo desplazamiento se quiere controlar. Está compuesto también por la cremallera, que engrana con una de las ruedas que componen el elemento llamado Engranaje 95\_18.

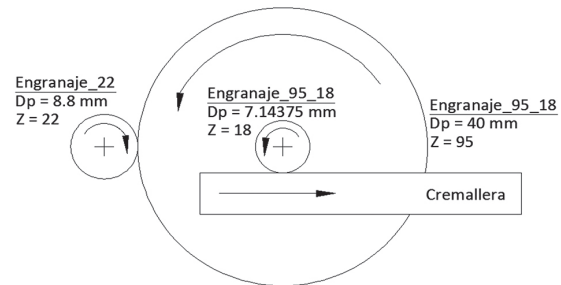
Fig. 1. FOTO DE LA UNIDAD DE CD/DVD EMPLEADA EN ESTE TRABAJO (A LA IZQUIERDA) Y MODELO EN 3D DE LA MISMA UNIDAD CONSTRUIDO EN AUTODESK INVENTOR® (A LA DERECHA).



Fuente: Autor del proyecto

En la Fig. 2 se muestra el mecanismo de movimiento que se pretende controlar. El Engranaje 22 es accionado por un motor de corriente directa (DC) de la unidad de CD. Este engranaje transmite el movimiento al Engranaje 95\_18, que a su vez le transmite el movimiento a la cremallera que está unida al cabezal.

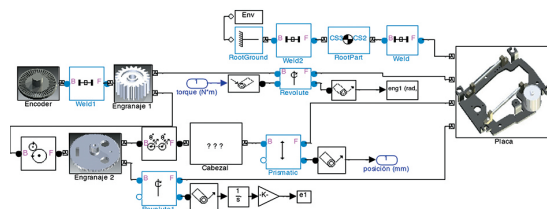
Fig. 2. MECANISMO QUE SE PRETENDE CONTROLAR.



Fuente: Autor del proyecto

A partir del modelado en 3D, fue posible crear un modelo del sistema en el software *Simulink*, mediante un aplicativo de enlace entre los dos programas llamado *SimMechanics Link*. Esto permitió exportar las propiedades físicas de los objetos modelados (momentos de inercia, centros de gravedad, coordenadas, puntos de contacto), así como sus grados de libertad. El modelo exportado en *Simulink* se muestra en la Fig. 3.

Fig. 3. MODELO DE LA UNIDAD DE CD/DVD EN SIMULINK.



Fuente: Autor del proyecto

En el modelo de la Fig. 3, los bloques que representan los cuerpos tienen puntos de conexión que están determinados por coordenadas espaciales  $[x, y, z]$ . Los cuerpos se conectan entre sí a través de uniones (revoluta, prismática) y a través de restricciones (restricción de engranajes, actuador de velocidad). Estas últimas, no fueron exportadas por el programa *SimMechanics Link*, sino que se crearon manualmente.

La restricción de engranajes expresa la relación de velocidad entre los dos engranajes se muestra en (1):

$$\frac{d_{p_1}}{d_{p_2}} = \frac{\dot{\theta}_2}{\dot{\theta}_1} \quad (1)$$

(donde  $d_{p_1}$  y  $d_{p_2}$  son los diámetros primitivos de la rueda conductora y la rueda conducida, respectivamente, y  $\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2$  son las velocidades angulares de las mismas.

El piñón y la cremallera constituyen un par cinemático en el que se convierte el movimiento rotacional del piñón en un movimiento traslacional de la cremallera. En el modelo, el piñón está sujeto a tierra por una unión de revoluta en su centro, que le deja un solo grado de libertad rotacional alrededor del eje z, mientras la cremallera está conectada a tierra a través de una unión prismática que le permite moverse a lo largo del eje x. Los puntos de contacto del engranaje con la cremallera deben tener la misma velocidad y esta restricción se puede representar por (2):

$$\dot{x} = r_p \dot{\theta} \quad (2)$$

donde  $r_p$  es el radio primitivo del piñón,  $\dot{\theta}$  es la velocidad de giro del piñón (en rad/s) y  $\dot{x}$  es la velocidad de desplazamiento de la cremallera.

## B. Modelo del Motor de la Unidad

El control de posición de la cremallera (y por lo tanto del cabezal unido a ella) se hará controlando el voltaje del motor de DC que transmite su movimiento directamente al Engranaje 22. En el modelo de la Fig. 3, se agregó un actuador sobre el engranaje, que consiste en un torque de entrada expresado en N\*m. Por tal motivo, se necesita de un modelo del motor de DC que relacione el cambio en la entrada de voltaje (variable manipulada) con el cambio en el torque de salida.

La función de transferencia de un motor DC, teniendo como entrada el voltaje y como salida el torque, se puede expresar como se ve en (3) [50]:

$$\frac{T_m(s)}{V_f(s)} = \frac{\left(\frac{K_{mf}}{L_f}\right)}{s + \left(\frac{R_f}{L_f}\right)} \quad (3)$$

Donde  $V_f$  es el voltaje aplicado al motor,  $R_f$  es la resistencia de campo,  $L_f$  es la inductancia y  $K_{mf}$  es la constante de fuerza electromotriz. Para el motor de la unidad, estos valores son:  $K_{mf}=1,23 \times 10^{-2} \text{ V s/rad}$ ,  $L_f=2,189 \times 10^{-3} \text{ Henrys}$  y  $R_f=21 \Omega$ . Al re-

emplazar estos valores en (3), se obtiene que la función de transferencia (4) para el motor de la unidad de CD.

$$\frac{T_m(s)}{V_f(s)} = \frac{5,169}{s + 9593,42} \quad (4)$$

## C. Modelo del Codificador

El codificador empleado en esta aplicación pertenece a un ratón opto-mecánico de computador. El codificador consta de una rueda ranurada, un LED y sensor infrarrojo. Las ranuras en la rueda rompen el haz de luz proveniente del LED de tal forma que el sensor infrarrojo, al otro lado de la rueda, lee pulsos de luz cuya velocidad es directamente proporcional a la velocidad de giro de la rueda.

La rueda del codificador se ubicó sobre el Engranaje\_22, teniendo, por lo tanto, una relación 1:1 con el giro del motor. Conocida la relación entre los engranajes y la cantidad de ranuras del codificador, es posible calcular el desplazamiento de la cremallera. La resolución para medir este desplazamiento estaría dada por (5):

$$R = \frac{1}{N} \cdot \frac{Z_1}{Z_2} \cdot \pi \cdot D_{p_3} \quad (5)$$

donde N es el número de ranuras en el codificador,  $Z_1$  y  $Z_2$  son el número de dientes del engranaje acoplado al motor (Engranaje 22) y el engranaje conducido (Engranaje 95\_18), respectivamente, y  $D_{p_3}$  es el diámetro primitivo del engranaje que impulsa la cremallera. Reemplazados los valores en la ecuación, se tiene el resultado (6).

$$R = \frac{1}{50} \cdot \frac{22}{95} \cdot \pi \cdot 7,14375 = 0,103945 \text{ mm} \quad (6)$$

De acuerdo con este resultado, para simular la medición del sensor, se cuantizó la medida de desplazamiento de la cremallera en múltiplos de 0,1039mm.

## D. Modelo del Ratón Óptico

En un ratón óptico, un sensor toma fotografías de la superficie bajo el ratón y un motor de navegación óptica identifica características en las imágenes y sigue la pista de su movimiento. Esto se traduce en coordenadas x e y de movimiento del cursor. Conociendo la resolución del ratón, es posible traducir los desplazamientos del cursor en

desplazamiento del ratón en milímetros. En este caso, el ratón de computador empleado tiene una resolución de 0,03mm/píxel.

Para usar el ratón óptico en esta aplicación, se adhiere una superficie de referencia al cabezal de la unidad que permanezca en contacto con el ratón fijo. El movimiento del cabezal y, por lo tanto, de la superficie de referencia, produce la lectura de desplazamiento en el ratón.

Para simular la medida del sensor, se cuantizó la medida de desplazamiento de la cremallera en múltiplos de 0,03mm.

### E. Combinación de Ambos Sensores por el Método de Mínimos Cuadrados Ponderados

Para lograr una estimación de la posición del cabezal de la unidad combinando la medida de los dos sensores (el codificador y el ratón óptico), se usa la técnica de mínimos cuadrados ponderados,

$$\hat{x} = \left[ \frac{\sigma_{z_2}^2}{\sigma_{z_1}^2 + \sigma_{z_2}^2} \right] \cdot z_1 + \left[ \frac{\sigma_{z_1}^2}{\sigma_{z_1}^2 + \sigma_{z_2}^2} \right] \cdot z_2 \quad (7)$$

$$\frac{1}{\sigma_{\hat{x}}^2} = \frac{1}{\sigma_{z_1}^2} + \frac{1}{\sigma_{z_2}^2} \quad (8)$$

rados, expresada en las ecuaciones (7) y (8) [51]:

donde  $\hat{x}$  es la posición estimada,  $Z_1$  es la medida del sensor 1 y  $\sigma_{z_1}^2$  es la varianza del error en dicha medida,  $Z_2$  es la medida del sensor 2 y  $\sigma_{z_2}^2$  es la varianza del error en dicha medida,  $\sigma_{\hat{x}}^2$  es la varianza del error de la estimación  $\hat{x}$ .

### F. Solución a la Cuantización de los Sensores

Para el control de la posición del cabezal, es necesario tener en cuenta los límites impuestos por la resolución de los sensores, cuya cuantización causa respuestas del sistema con oscilaciones en el estado estable. Para solventar este problema, se aplicará la solución propuesta en [52], que consiste en implementar un elemento de "zona muerta" a la salida del sensor. Como efecto, se elimina la discontinuidad en 0 que ocasiona la aparición de oscilaciones. Para que la solución propuesta tenga efecto, se debe cumplir (9):

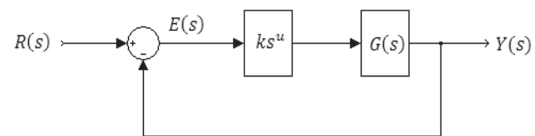
$$\delta \geq \Delta/2 \quad (9)$$

Donde  $\delta$  es el tamaño de la zona muerta y  $\Delta$  es la resolución del sensor. Aunque (9) no indica un límite superior para el valor de  $\delta$ , se debe tener en cuenta que, aun cuando un valor de  $\delta$  mayor que la resolución del sensor garantizará una respuesta del sistema sin oscilaciones, mientras mayor sea  $\delta$ , menor será la precisión lograda con el lazo de control [53].

### G. Diseño del control fraccional

Para el análisis de los controladores fraccionales se parte del diagrama de bloques presentado en la Fig. 4.

Fig. 4. DIAGRAMA DE BLOQUES DE ACCIONES DE CONTROL



Fuente: [38].

La acción integral tiene como propósito disminuir y eliminar el error de estado estacionario, pero hace más lenta la respuesta del sistema y disminuye su estabilidad. Por otra parte, la acción derivativa busca aumentar la estabilidad del sistema pero tiende a incrementar los ruidos y las perturbaciones de alta frecuencia. Usando un sistema de orden fraccional, es decir,  $\mu \in (-1,1)$ , estos efectos del controlador integral y derivativo se reducen. Los resultados dependen del valor seleccionado  $\mu$ , o en otras palabras, de la sintonización del control fraccional. En este trabajo la sintonización del controlador se realiza mediante la función `fmincon` de la *toolbox* de optimización de *Matlab*, haciendo uso de las restricciones propuestas en [40] donde se diseña el control con base en cinco condiciones de robustez:

Que la magnitud del sistema en lazo abierto, evaluado en la frecuencia de cruce de ganancia  $w_{cg}$  cumpla con (10):

$$|C(jw_{cg})G(jw_{cg})| = 0db \quad (10)$$

2) Que el margen de fase  $\phi$  evaluado en  $w_{cg}$ , que está relacionado de forma directa con el amortiguamiento del sistema, cumpla con (11):

$$\arg[C(jw_{cg})G(jw_{cg})] = \phi - \pi \quad (11)$$

3) Para rechazar los ruidos de alta frecuencia, la función de sensibilidad  $T(j\omega)$  debe cumplir con (12):

$$\left| T(j\omega) = \frac{C(j\omega)G(j\omega)}{1 + (j\omega)G(j\omega)} \right| db \leq A db \quad (12)$$

$$\text{Para } \forall \omega \geq \omega_T \frac{rad}{s} \rightarrow |T(j\omega)|_T db = A db$$

4) Para rechazar las perturbaciones de la salida, la función de sensibilidad  $S(j\omega)$  debe cumplir con (13):

$$\left| S(j\omega) = \frac{1}{1 + (j\omega)G(j\omega)} \right| db \leq B db \quad (13)$$

$$\text{Para } \forall \omega \leq \omega_s \frac{rad}{s} \rightarrow |S(j\omega)|_s db = B db$$

5) Para tener un sistema robusto frente a variaciones de la ganancia, la derivada de la fase del sistema en lazo abierto con respecto a la frecuencia del cruce de ganancia  $\omega_{cg}$  debe cumplir con (14):

$$\frac{d}{d\omega} (\arg[C(j\omega_{cg})G(j\omega_{cg})]) = 0 \quad (14)$$

La función de transferencia del control fraccional se muestra en (15):

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s^\lambda} + k_d s^\mu \quad (15)$$

Los márgenes de ganancia ( $\phi_m$ ) y fase ( $\phi_m$ ) son medidas importantes de robustez que se relacionan con el factor de amortiguamiento del sistema y afectan la medida de desempeño, por esta razón, se tuvieron en cuenta en el diseño.

### III. RESULTADOS Y ANÁLISIS

Para el diseño del control es necesario encontrar el modelo matemático lineal del sistema, lo cual se logró mediante un proceso de identificación en lazo cerrado (ya que el sistema en lazo abierto es inestable), según la metodología propuesta en [54]. En la Fig. 5. Se observa la respuesta del sistema para una entrada tipo escalón.

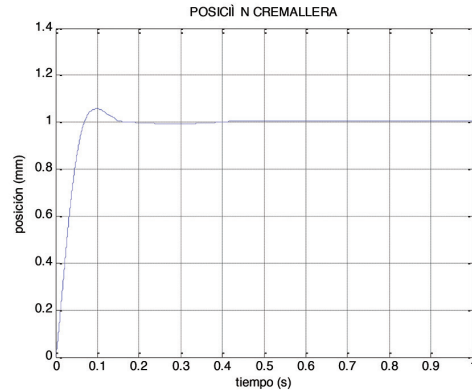
La respuesta obtenida se llevó a la *toolbox* de *Matlab*, la cual permite obtener una función de transferencia e indica el grado de ajuste logrado con un índice de desempeño. De esta manera se obtuvo el modelo de segundo orden de la

forma  $G_p(s) = \frac{k * \omega_n^2}{s^2 + 2 * \epsilon * \omega_n s + \omega_n^2} e^{-\theta s}$ , donde  $k=1, \omega_n=$

$42.73\epsilon = 0.71, \theta = 0.018$  mostrado en (16),

$$G_p(s) = \frac{1826}{s^2 + 60,72s + 1826} e^{-0,018s} \quad (16)$$

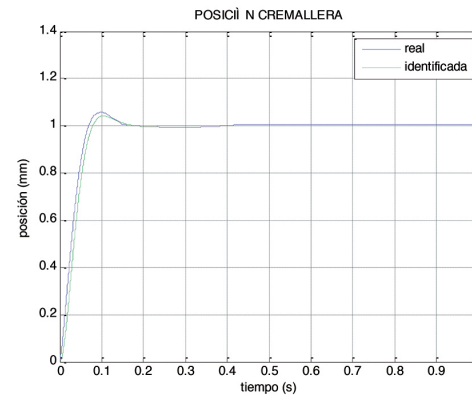
Fig. 5. RESPUESTA DEL SISTEMA EN LAZO CERRADO ANTE UNA SEÑAL ESCALÓN



Fuente: Autor del proyecto

La validación del sistema se muestra en la Fig. 6

Fig. 6. VALIDACIÓN DEL SISTEMA IDENTIFICADO VS. EL SISTEMA REAL ANTE UNA SEÑAL ESCALÓN



Fuente: Autor del proyecto

Se obtuvo un índice de desempeño de

$$J = \frac{1}{2} \sum e = 0.1923$$

Los parámetros de diseño para el sistema que se va a controlar son:

- Margen de fase  $M\phi=60^\circ$ .
- Frecuencia de Ganancia  $\omega_{cg}=60rad/s$

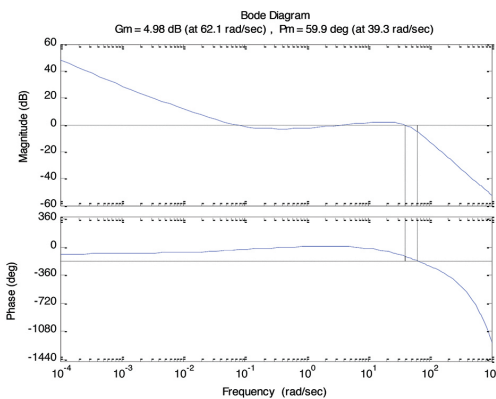
- El sistema debe de ser robusto ante cambio de la ganancia.
- Función de sensibilidad  
 $|S(jw)|_{db} \leq -20db, \forall w \leq w_s = 0.001 \text{ rad/s}$
- Rechazo a ruido  
 $|T(jw)|_{db} \leq -20db, \forall w \geq w_s = 10 \text{ rad/s}$

Con estos parámetros, aplicada la metodología explicada en la sección I-G, se obtuvo la siguiente función de control:

$$Gc(s) = 1.115 + \frac{1}{0.1s^{0.85}} + 0.49s^{0.4995} \quad (17)$$

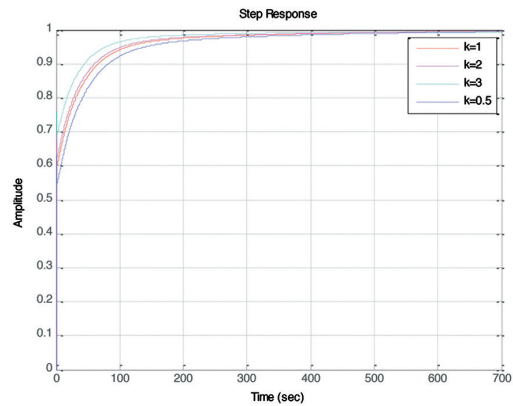
Se debe anotar que para el diseño del sistema de control no se tuvo en cuenta la cuantización de los sensores, más si se tuvo en cuenta en la simulación final para evaluar el desempeño del sistema controlado. La verificación de los parámetros de diseño se muestra de la Fig. 7 a la Fig. 10. En la Fig. 7 se muestra el margen de fase y de ganancia del sistema obteniéndose un margen de ganancia de 62.1rad/s y un margen de fase de 59.9°, presentándose un error de 2.1 rad/s y 0.1° respectivamente, además se fuerza a la fase del sistema a ser plana en un rango de frecuencia centrada en  $w_{cg}$ , lo que se traduce en robustez ante cambios en la ganancia de la planta (dentro de unos límites variaciones), en este caso se fuerza a que la ganancia del sistema cambie de 1 a 2,3 y 0.5, este hecho se observa en la En la Fig. 8, donde se representa el sistema en lazo cerrado ante una entrada escalón unitario, en la cual se verifica la robustez del controlador. En la Fig. 9, se observa que para una frecuencia de 0.00207rad/s la magnitud es de -20db. En la Fig. 10, se observa que para una frecuencia de 162rad/s la magnitud es de -20db, cumpliéndose con los requerimientos de diseño. El control fraccional se validó con la *toolboxninteger* [52].

Fig. 7 ANÁLISIS DE MAGNITUD Y FASE



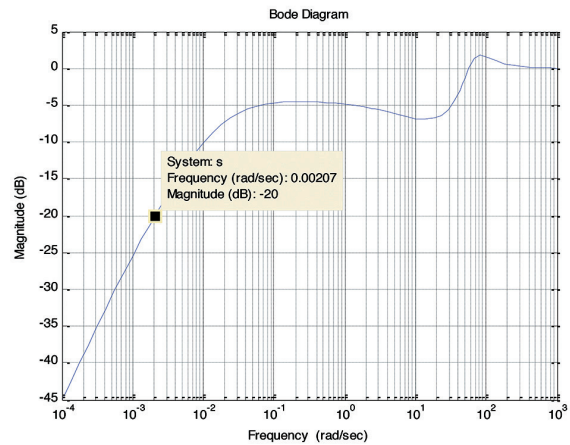
Fuente: Autor del proyecto

Fig. 8. RESPUESTA DEL SISTEMA ANTE DIFERENTES GANANCIAS



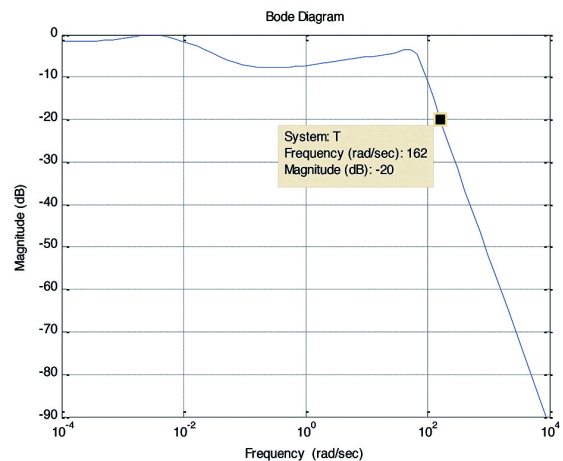
Fuente: Autor del proyecto

Fig. 9. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD S(JW)



Fuente: Autor del proyecto

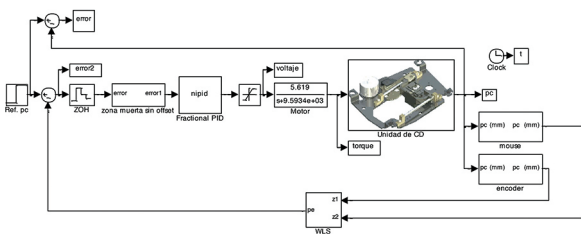
Fig. 10. ANÁLISIS DE RUIDO T(JW)



Fuente: Autor del proyecto

Finalmente, para evaluar el comportamiento del sistema con el control diseñado, se incorporó la cuantización de los sensores al diagrama de bloques mostrado en la Figura 11.

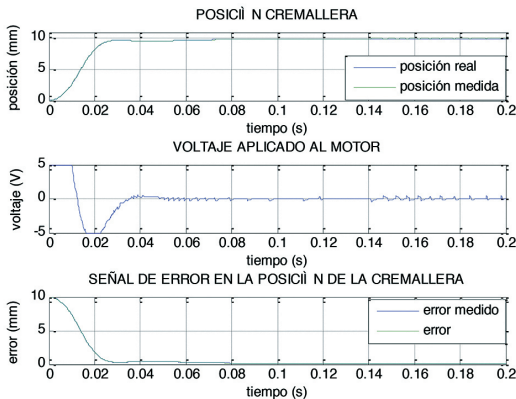
Fig. 11. DIAGRAMA DE BLOQUES DEL SISTEMA QUE INCORPORA EL CONTROL DISEÑADO Y LA CUANTIZACIÓN DE LOS SENSORES



Fuente: Autor del proyecto

El resultado obtenido se presenta en un grupo de tres gráficas en la Fig. 12. Una, muestra la respuesta del sistema a la señal de excitación, otra, muestra la señal de control, y la última, muestra la señal de error, todas las validaciones son obtenidas en simulación, con *Matlab/Simulink*.

Fig. 12. RESULTADOS OBTENIDOS COMBINANDO LOS DOS SENSORES POR EL MÉTODO DE MÍNIMOS CUADRADOS PONDERADOS (WLS).



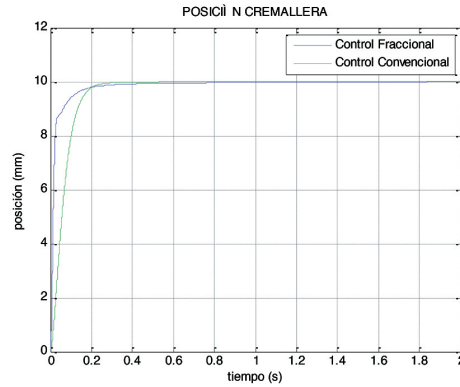
Fuente: Autor del proyecto

Aunque el control PID tipo fraccional se diseñó sobre un sistema lineal identificado en lazo cerrado, en el cual las variables de entrada-salida pueden entregar alguna correlación que pueda alterar los resultados de la estimación, obteniéndose un modelo matemático con incertidumbres, al implementarlo respondió adecuadamente, y mostró la robustez del controlador, en el cual se obtuvo una respuesta rápida con un tiempo de estabilización cercano a los 0.03 segundos, sin sobrepasos y con una respuesta en el elemento final de control muy buena.

En la Fig. 13 el control fraccional es comparado con un control PID convencional, obteniéndose

que el control fraccional responde más rápido que el control convencional.

Fig. 13. RESULTADOS OBTENIDOS COMBINANDO LOS DOS SENSORES POR EL MÉTODO DE MÍNIMOS CUADRADOS PONDERADOS (WLS), CON UN CONTROL CONVENCIONAL Y UN CONTROL FRACCIONAL



Para analizar la robustez ante perturbaciones, el sistema se sometió a una perturbación (Fig. 14), obteniéndose el resultado mostrado en la Fig. 15. Se observa en la figura que el control convencional pierde controlabilidad.

Fig. 14. PERTURBACIÓN AGREGADA AL SISTEMA

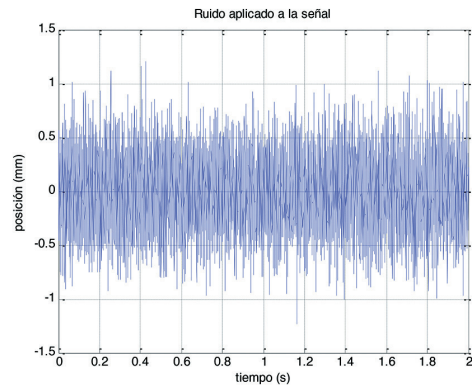
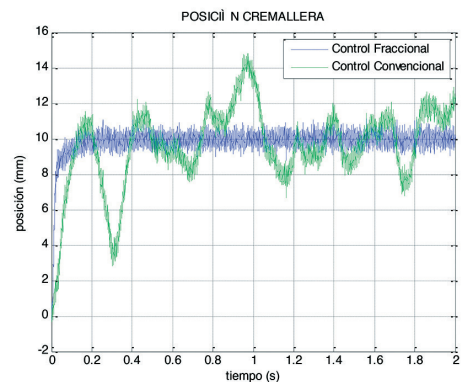


Fig. 15. RESULTADOS OBTENIDOS COMBINANDO LOS DOS SENSORES POR EL MÉTODO DE MÍNIMOS CUADRADOS PONDERADOS (WLS), CON UN CONTROL CONVENCIONAL Y UN CONTROL FRACCIONAL, CON UNA ENTRADA DE PERTURBACIÓN





En general, un control tipo fraccional presenta un mejor desempeño que los controladores de orden entero, ya que estos tienen cinco grados de libertad en vez de tres grados de libertad de los controladores convencionales, logrando de esta manera un mejor desempeño en el sistema, presentando mayor robustez ante incertidumbres del modelo o variaciones de los parámetros

#### IV. CONCLUSIÓN

En este artículo se diseñó un control PID tipo fraccional para la posición del cabezal de una unidad de CD que se piensa emplear en el desarrollo de un microscopio óptico motorizado. Se observa a partir de los resultados obtenidos que, con la técnica de control diseñada, mediante la combinación de un codificador de un ratón optomecánico con un ratón óptico, para medir la posición del cabezal de la unidad de CD, se logra un sistema de respuesta rápido y sin sobrepaso, donde la respuesta del elemento final de control no presenta efecto timbre y se tiene una precisión aceptable para desarrollar un microscopio óptico motorizado de bajo costo. Si bien no se logra una precisión del orden de una micra o menos, como se podría obtener con una plataforma piezo-eléctrica, una resolución de 30  $\mu\text{m}$  puede ser suficiente para diversas aplicaciones en educación básica. Adicionalmente, se emplean partes de computador desechadas, lo que genera un impacto ambiental positivo. Se concluye, entonces, que el sistema de control diseñado, con la combinación de sensores, es apta para la aplicación en el desarrollo de un microscopio óptico.

Se concluye también que el empleo de un control tipo fraccional para esta aplicación presenta ventajas frente a los controles PID de orden entero, tanto en el tiempo de estabilización como en robustez frente a perturbaciones. Adicionalmente, con la metodología de diseño iterativa implementada, se logró un diseño rápido y un resultado robusto a partir de la función de transferencia del sistema, sin requerir representaciones en espacio de estado.

#### AGRADECIMIENTOS

Este artículo se deriva de los proyectos de investigación denominados: "Desarrollo de un microscopio óptico con platina motorizada y ad-

quisición digital de imágenes a partir de reciclaje tecnológico de una unidad de CD/DVD" con código P10237 y "Metodología para modelar y controlar un sistema de combustión utilizando cálculo fraccional" con código PM12104 ambos proyectos financiados por el Instituto Tecnológico Metropolitano - I.T.M. Los autores agradecen al grupo de investigación en Automática y Electrónica del Instituto Tecnológico Metropolitano - I.T.M. sus aportes para la realización de este proyecto.

#### REFERENCIAS

- [1] C. H. Lee, C. T. Chang, K. S. Fan and T. C. Chang. "An overview of recycling and treatment of scrap computers". *Journal of Hazardous Materials*. Vol. 114, No. 1-3 pp. 93-100, 2004, ISSN: 0304-3894. DOI: 10.1016/j.jhazmat.2004.07.013.
- [2] J. H. Zhang and L. Cai. "An autofocus measurement system with a piezoelectric translator". *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*. Vol. 2, No. 3, pp. 213-216. 1997. ISSN:1083-4435. DOI: 10.1109/3516.622974.
- [3] J. H. Zhang and L. Cai. "Profilometry using an optical stylus with interferometric readout". *Measurement Science & Technology*. Vol. 8, No. 5, pp. 546-549, 1997. ISSN: 0957-0233. DOI: 10.1088/0957-0233/8/5/013.
- [4] K. Ehrmann, A. Ho and K. Schindhelm. "A 3D optical profilometer using a compact disc reading head". *Measurement Science and Technology*. Vol 9, No. 8, pp. 1259-1265, 1998. ISSN: 0957-0233. DOI: 10.1088/0957-0233/9/8/019.
- [5] A. Bartoli, P. Poggi, F. Quercioli and B. Tiribilli. "Fast one dimensional profilometer with a compact disc pickup". *Applied Optics*. Vol. 40, No. 7, pp. 1044-1048, 2001. ISSN: 2155-3165. DOI: 10.1364/AO.40.001044.
- [6] A. Bartoli, P. Poggi, F. Quercioli, B. Tiribilli and M. Vassalli. "Optical profilometer with a standalone scanning sensor head". *Optical Engineering*. Vol. 40, No. 12, pp. 2852-2859, 2001. ISSN: 00913286. DOI: 10.1117/1.1417494.
- [7] K. C. Fan, C. L. Chu and J. I. Mou. "Development of a low-cost autofocus probe for profile measurement". *Measurement Science and Technology*. Vol. 12, No. 12, pp. 2137-2146, 2001. ISSN: 0957-0233. DOI: 10.1088/0957-0233/12/12/315.
- [8] N. Islam, R. Parkin, M. Jackson and P. Mueller. "A novel surface profile measurement system". *AU Journal of Technology*. Vol. 10, No. 3, pp. 203-209, 2007.

- [9] J. Benschop and G. Rosmalen. "Confocal compact scanning optical microscope based on compact disc technology". *Applied Optics*. Vol. 30, No. 10, pp. 1179-1184, 1991. ISSN: 2155-3165. DOI: 10.1364/AO.30.001179.
- [10] F. Quercioli, B. Tiribilli, C. Ascoli, P. Baschieri and C. Frediani. "Monitoring of an atomic force microscope cantilever with a compact disk pickup". *Review of Scientific Instruments*. Vol. 70, No. 9, pp. 3620-3624, 1999. ISSN: 0034-6748. DOI: 10.1063/1.1149969.
- [11] E. T. Hwu, K. Y. Huang, S. K. Hung and I. S. Hwang. "Measurement of cantilever displacement using a compact disk /digital versatile disk pickup head". *Japanese Journal of Applied Physics*. Vol. 45, No. 3B, pp. 2368-2371, 2006. ISSN: 1347-4065. DOI: 10.1143/JJAP.45.2368
- [12] E. T. Hwu, S. K. Hung, C. W. Yang and I. S. Hwang. "Simultaneous detection of translational and angular displacements of micromachined elements". *Applied Physics Letters*, Vol. 91, No. 22, pp. 221908-221908-3, 2007. ISSN: 0003-6951. DOI: 10.1063/1.2817750.
- [13] E. T. Hwu, S. K. Hung, C. W. Yang, K. Y. Huang and I. S. Hwang. "Real-time detection of linear and angular displacements with a modified DVD optical head". *Nanotechnology*. Vol. 19, No. 11, pp. 115501-115507, 2008. ISSN: 0957-4484. DOI: 10.1088/0957-4484/19/11/115501.
- [14] E. T. Hwu, H. Illers, L. Jusko and H. U. Danzebrink. "A hybrid scanning probe microscope (SPM) module based on a DVD optical head". *Measurement Science and Technology*. Vol. 20, No. 8, pp.1-8, 2009. ISSN: 0957-0233. DOI: doi:10.1088/0957-0233/20/8/084005.
- [15] F. Quercioli, A. Mannoni & B. Tiribilli. "Correlation optical velocimetry with a compact disk pickup". *Applied Optics*. Vol. 36, No. 25, pp. 6372-6375, 1997. ISSN: 2155-3165. DOI: 10.1364/AO.36.006372.
- [16] F. Quercioli, A. Mannoni & B. Tiribilli. "Laser Doppler velocimetry with a compact disc pickup". *Applied Optics*. Vol. 37, No. 25, pp. 5932-5937, 1998. ISSN: 2155-3165. DOI: 10.1364/AO.37.005932.
- [17] F. Quercioli, B. Tiribilli and A. Bartoli. "Interferometry with optical pickups". *Optics Letters*. Vol. 24, No. 10, pp. 670-672, 1999. ISSN: 1539-4794. DOI: 10.1364/OL.24.000670.
- [18] K. C. Fan, C. L. Chu, J. L. Liao and J. I. Mou. "Development of a high-precision straightness measuring system with DVD pick-up head". *Measurement Science and Technology*. Vol. 14, No. 1, pp. 47-54, 2003. ISSN: 0957-0233. DOI: 10.1088/0957-0233/14/1/307.
- [19] K. C. Fan, Y. Fei and X. Yu. "Development of a micro-CMM". *Proceedings of the International Manufacturing Leaders Forum on Global Competitive Manufacturing*. Adelaide, Australia. 27th February - 2nd March 2005.
- [20] K. C. Fan, Z. F. Lai, P. Wu, Y. C. Chen, Y. Chen and G. Jäger. "A displacement spindle in a micro/nano level". *Measurement Science and Technology*. Vol. 18, No. 6, pp. 1710-1717, 2007. ISSN: 0957-0233. DOI: 10.1088/0957-0233/18/6/S07.
- [21] S. Morris, R. Pratt, M. Hughes, R. Kouzes, K. Pitts and E. Robinson. "DVD based electronic pulser". *IEEE Transactions on Nuclear Science*. Vol. 53, No. 4, pp. 2303-2307, 2006. ISSN: 0018-9499. DOI: 10.1109/TNS.2006.877859.
- [22] C. L. Chu and C. H. Lin. "Development of an optical accelerometer with a DVD pick-up head". *Measurement Science and Technology*. Vol. 16, No. 12, pp. 2498-2502, 2005. ISSN: 0957-0233. DOI: doi:10.1088/0957-0233/16/12/014.
- [23] C. L. Chu, C. H. Lin and K. C. Fan. "Two-dimensional optical accelerometer based on commercial DVD pick-up head". *Measurement Science and Technology*. Vol. 18, No. 1, pp. 265-274, 2007. ISSN: 0957-0233. DOI: 10.1088/0957-0233/18/1/033.
- [24] C. L. Chu and C. Y. Chiu. "Development of a low-cost nanoscale touch trigger probe based on two commercial DVD pick-up heads". *Measurement Science and Technology*. Vol. 18, No. 7, pp. 1831-1842, 2007. ISSN: 0957-0233. DOI: 10.1088/0957-0233/18/7/006.
- [25] C. L. Jones. "Cryptographic hash functions and CD-based optical biosensors". *Problems of Nonlinear Analysis in Engineering Systems*. Vol. 2, No. 23, pp. 17-36, 2005. ISSN: 1727-687X.
- [26] A. Tibbe, B. De Groot, J. Greve, C. Rao, G. Dolan and L. Terstappen. "Cell analysis system based on compact disk technology". *Cytometry*. Vol. 47, No. 3, pp. 173-182, 2002. ISSN: 0196-4763. DOI: 10.1002/cyto.10061.
- [27] J. Kim, G. Liu and L. Lee. "Lens-scanning Raman microspectroscopy system using compact disc optical pickup technology". *Optics Express*. Vol. 13, No. 12, pp. 4780-4785, 2005. ISSN: 1094-4087. DOI: 10.1364/OPEX.13.004780.
- [28] S. Lange et al. "Measuring bimolecular binding events with a compact disc player device". *Angewandte Chemie*. Vol. 45, No. 2, pp. 270-273, 2005. ISSN: 1521-3757. DOI: 10.1002/anie.200501243.
- [29] S. Kostner and M. Vellekoop. "Particle and cell detection using a DVD pickup head". *Biennial Report of The Society for Micro- and Nanoelectronics*, 2005-2006, pp. 401-404.

- [30] S. Kostner and M. Vellekoop. "Low cost cytometer based on a DVD pickup head". Eleventh International Conference on Miniaturized Systems for Chemistry and Life Sciences. Paris, France, 2007, pp. 739–741.
- [31] S. Kostner and M. Vellekoop. "Cell analysis in a microfluidic cytometer applying a DVD pickup head". *Sensors and Actuators B* Vol. 132, No. 2, pp. 512–517, 2008. ISSN: 0925-4005. DOI: 10.1016/j.snb.2007.11.038.
- [32] V. Yim, S. Y. Lee, S. Kim and J. Y. Park. "Multipurpose DVD pick-up scanner for analysis of microfluidics and micromechanical structures". 30th Annual International IEEE EMBS Conference. Vancouver, Canada, 2008. pp. 2749–2751.
- [33] K. H. Kim, S. Y. Lee, S. Kim, S. H. Lee and S. G. Jeong. "A new DNA chip detection mechanism using optical pick-up actuators". *Microsystem Technologies*. Vol. 13, No. 8–10, pp.1359–1369, 2007. ISSN: 1432–1858. DOI: 10.1007/s00542-006-0367-9.
- [34] K. H. Kim, S. Y. Lee, S. Kim and S. G. Jeong. "DNA microarray scanner with a DVD pick-up head". *Current Applied Physics*. Vol. 8, No. 6, pp. 687–69, 2008, ISSN: 1567-1739. DOI: 10.1016/j.cap.2007.04.047.
- [35] K. H. Park et al. "Bio-information scanning technology using an optical pick-up head". *Ultramicroscopy*. Vol. 108, No. 10, pp. 1319–1324, 2008. ISSN: 0304-3991. DOI: 10.1016/j.ultramic.2008.04. 074.
- [36] T. R. Armstrong and M. P. Fitzgerald. "An autocollimator based on the laser head of a compact disc player". *Measurement Science and Technology*. Vol. 3, No. 11, pp. 1072–1076, 1992. ISSN: 0957–0233. DOI: 10.1088/0957-0233/3/11/009.
- [37] M. Felton. "CD simplicity". *Analytical Chemistry*. Vol. 75, No. 13, pp. 302A–306A, 2003. ISSN: 1520-6882. DOI: 10.1021/ac031357z.
- [38] C. A. Monje, Y Chen, B. M. Vinagre, D. Xue, and V. Feliu, "Fractional-order systems and controls :fundamentals and applications". Springer-Verlag, 1st Edition. 415 p. London, England. ISBN: 978-1849963343. 2010.
- [39] A. Oustaloup, P. Melchior, P. Lanusse, O. Coisand F. Dancla. "The CRONE toolbox for Matlab". IEEE International Symposium on Computer-Aided Control System Design, CACSD 2000, Anchorage, USA, 2000.190–195.
- [40] C. Monje. "Tuning and Auto-tuning of Fractional Order Controllers for Industry Applications". *Control Engineering Practice*. Vol. 16.No. 7. Pp.798-812. 2008.
- [41] D. Valerio, J.S. Da Costa. "Tuning rules for fractional PIDs". *Advances in Fractional Calculus: Theoretical Developments and Applications*. Springer 1st Ed. Pp.463–476. Dordrecht, The Netherlands. ISBN: 978-1-4020-6041-0. 2007.
- [42] N. Tan, Ö.F. Özgüven, y M.M. Özyetkin. "Robust stability analysis of fractional order interval polynomials" .*ISA Transactions*. Vol. 48, No. 2, 166–172, 2009. ISSN: 0019-0578. DOI: 10.1016/ j.isatra.2009.01.002.
- [43] L. Meng, y D. Xue. "Design of an optimal fractional-order PID controller using Multi-Objective GA optimization". *IEEE Chinese Control and Decision Conference*, 2009, 3849–3853.
- [44] J.Y. Cao, y B.G. Cao. "Design of Fractional Order Controllers Based on Particle Swarm Optimization". 1st IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications. Marina Mandarin, Singapore. 24-26 May 2006, pp. 1–6.
- [45] C.H. Lee, y F.K. Chang. "Fractional-order PID controller optimization via improved electromagnetism-like algorithm". *Expert Systems with Applications*. Vol. 37, No. 12, 8871–8878, 2010. ISSN: 0957-4174. DOI:10.1016/ j.eswa.2010.06.009.
- [46] N. Matsunaga, K. Sasano, and H. Okajima. "An Implementation of Fractional-order PID Controller with Dynamic Quantizer considering the Memory Constraint". *IEEE International Conference on Control Applications*, Yokohama, Japan, 2010. Pp. 2409–2414.
- [47] A. Pisano, M.R. Rapai, y E. Usai. "On second-order sliding-mode control of fractional-order dynamics". *American Control Conference, AACC*. Baltimore, USA, 2010. Pp. 6680–6685.
- [48] R. Zhang, y S. Yang, "Adaptive synchronization of fractional-order chaotic systems via a single driving variable". *Nonlinear Dynamics*. Vol. 66, No. 4, pp. 831–837, 2011. ISSN: 1573-269X. DOI: 10.1007/s11071-011-9944-2.
- [49] F. Padula, A. Visioli,. "Tuning rules for optimal PID and fractional order PID controllers". *Journal of Process Control*. Vol. 21, No. 1, 69–81, 2011. ISSN: 0959-1524. DOI: 10.1016/j.jprocont.2010.10. 006.
- [50] R. Dorf and R. Bishop. "Sistemas de control moderno". Pearson Prentice Hall, 10a Ed. 882 p. Madrid, España. ISBN: 978–8420544014. 2005.
- [51] P. Maybeck. *Stochastic models, estimation and control*, Vol 1. Academic Press, New York, 1979, 423 p.
- [52] K. Iskakov, A. Albu-Schaeffer, M. Schedl, G. Hirzinger and V. Lopota. "Influence of sensor quantization on the control performance of robotics actuators". *Proceedings of the 2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. San Diego, CA, USA, Oct 29 - Nov 2, pp. 1085–1092.
- [53] D. Valério and J. S. da Costa. "Ninteger: a non-integer control toolbox for Matlab". *Proceedings of the 1st IFAC Workshop on Fractional Differentiation and its Applications*, FDA'06, Bordeaux, France, 2004, 6 p.

- [54] P. Ortiz, J. Ramírez and L. Cardona. "Modelo matemático y control de un sistema de fluidos". 1a. edición. Medellín 2011: instituto tecnológico metropolitano. ISBN 978-958-8743-08-0.
  
- [55] L. Cardona, P. Ortiz and A. Restrepo. "Modelado y control de posición de una unidad de CD para aplicaciones en microscopia óptica" 3er Congreso internacional de Ingeniería mecatrónica. UNAB. Vol. 2, No 1. 2011.