

# Medida simultánea de rotaciones y traslaciones de un objeto en el plano a partir de la información de fase de una rejilla radial

## Simultaneous measurement of the rotation and traslation of an object in the plane using phase information of a radial grid

### Luis Alejandro Galindo Vega

Estudiante de Ingeniería Electrónica,  
Universidad Industrial de Santander  
Bucaramanga, Colombia  
sanalejox18@hotmail.com

### Camilo Andrés Ramírez Prieto

Estudiante de Ingeniería Electrónica,  
Universidad Industrial de Santander  
Bucaramanga, Colombia  
gamada5@hotmail.com

### Jaime Enrique Meneses Fonseca

Ph. D. SciencesPourL'ingenieur  
Profesor Titular, Investigador Grupo GOTS,  
Universidad Industrial de Santander UIS  
Bucaramanga, Colombia  
jaimen@uis.edu.co

### Jaime Guillermo Barrero Pérez

Ingeniero Electricista,  
Universidad Industrial de Santander  
Docente Tiempo Completo, Investigador Grupo CEMOS,  
Universidad Industrial de Santander UIS  
Bucaramanga, Colombia  
jbarrero@uis.edu.co

**Resumen—** En este artículo se presenta una estrategia que permite determinar de forma simultánea la posición y orientación de un objeto en el plano. El método consiste en analizar un sistema de franjas radiales adherido al objeto y por medio de procesamiento digital de imágenes determinar su fase. Este proceso requiere determinar con precisión subpixel las coordenadas del centro y el eje radial de las franjas. Se emplea el método de la Transformada de Fourier y se realiza la transformación de coordenadas rectangulares a radiales se puede calcular la fase y el centro del sistema de franjas. De esta manera, la fase del sistema de franjas radiales se utiliza como elemento codificador para la medida de posiciones angulares y posiciones del objeto en el plano. Evaluaciones experimentales demuestran que la técnica desarrollada tiene precisión sub-píxel al evaluar desplazamientos y rotaciones de un objeto en el plano. Se evalúa el error introducido en el cálculo de posición angular y desplazamiento del objeto. El estudio de la influencia de los parámetros del sistema de franjas radiales permitió establecer que el tamaño y la cantidad de franjas son factores determinantes para que el método presente un mínimo error.

**Palabras clave—** Extracción de fase, metrología óptica, Procesamiento Digital de Imágenes.

**Abstract—** This paper presents a strategy that allows to determine the position and orientation of an object in a plane. The method consists of analyzing a system of radial fringes adhered to the object and by means of a digital image process to determine its phase. This process requires the coordinates of the center with sub-pixel accuracy and the radial axis of the fringes. Using the Fourier transform method and performing a transformation of coordinate systems from rectangular coordinate into

radial, it can be calculated the phase of fringe system and the center of the radial fringes. Thus, the phase of the radial fringes is used as an encoder for measuring angular positions and spatial positions of the object in the plane. Experimental evaluations show that the technique developed has sub-pixel accuracy in evaluating displacements and rotations of an object in the plane. It is evaluated the error introduced in the calculation of angular position and displacement of the object. The study of the influence of system parameters of radial fringes let to establish that the size and number of fringes are determining factors for the present method in order to reduce the error.

**Keywords—** Phase extraction, optical metrology, Digital Image Processing.

## I. INTRODUCCIÓN

Varias aplicaciones industriales tienen la necesidad de determinar con precisión el desplazamiento y rotación de un objeto en el plano, por lo que se requiere de equipos sofisticados que cumplan dicha función. Como no se conoce un dispositivo en el mercado que lleve a cabo las dos medidas de forma simultánea, se tienen que adaptar varios dispositivos lo que eleva su costo de implementación. *Encoders*, potenciómetros lineales, sensores inductivos y sensores *laser* son los instrumentos más utilizados para tal fin, algunos de ellos limitados en resolución y en rango de medida.

En la línea investigativa de metrología óptica del grupo de Óptica y Tratamiento de señales GOTS de la Universidad Industrial de Santander, se han realizado investigaciones conjuntas con el grupo de Óptica de *L'Institute FEMTO - ST de Besançon* - Francia con el fin de determinar un sistema de posicionamiento global que permita generar un dispositivo de Reconstrucción Tridimensional (R3D) portátil. Los resultados obtenidos muestran que una mira o rejilla con franjas paralelas en coordenadas cartesianas permite obtener la posición de un cuerpo en el espacio, a precisión subpixel [1], [2]. Un análisis matemático previo permite determinar que un sistema de franjas radiales puede ser usado para medir rotaciones y traslaciones de un objeto en el plano. [3]

La técnica desarrollada en este trabajo consiste en adquirir una imagen de un sistema de franjas radiales o rejilla radial; mediante un algoritmo computacional de procesamiento de imágenes se determinan las coordenadas del centro de la rejilla en el plano. La extracción de su fase geométrica permite reportar la orientación angular de la rejilla radial.

Pruebas de laboratorio validan el método, en el que se estudia el desempeño del algoritmo para determinar el error introducido en el cálculo de posición angular y desplazamientos en 2D para rejillas radiales con diferentes parámetros.

## II. SISTEMA DE FRANJAS RADIALES

Un sistema de franjas radiales corresponde a una distribución en la que los puntos de igual intensidad generan un patrón de líneas rectas radiales que provienen de un centro común. De esta manera, al extraer valores de intensidad de puntos ubicados a igual distancia del centro se obtiene un perfil periódico. Matemáticamente el sistema se expresa en coordenadas polares  $(r, \theta)$  por:

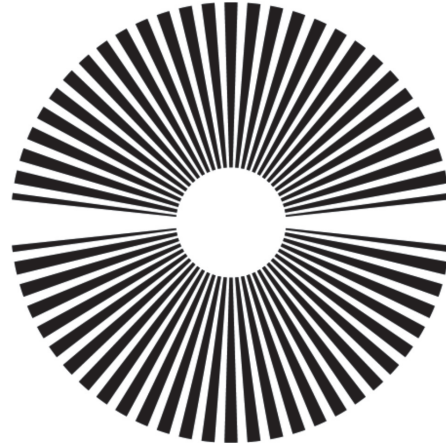
$$I_{(r,\theta)} = \left[ a_0(r, \theta) + a_1(r, \theta) \cos\left(\frac{2\pi}{P_\theta} \theta\right) \right] \cdot M(r, \theta) \quad (1)$$

donde:  $a_0(r, \theta)$  es el fondo continuo,  $a_1(r, \theta)$  es el contraste,  $(2\pi/P_\theta) \cdot \theta$  representa la fase, siendo el paso angular medido en grados y es la máscara que define la región con franjas en la imagen. Como se muestra en la Fig. 1, las franjas se

encuentran entre un radio menor y uno mayor, y posee dos sectores angulares sin franjas.

La fase del sistema de franjas radiales corresponde al argumento la función coseno de (1), se caracteriza por tener un comportamiento lineal en función de la variable  $\theta$  y no depende de  $r$ , teniendo la misma distribución espacial de un sistema de franjas rectangulares en coordenadas cartesianas.

FIG. 1. SISTEMA DE FRANJAS RADIALES O REJILLA RADIAL



### A. Cálculo de la fase de un sistema de franjas radiales.

Con la información contenida en la fase del sistema de franjas radiales es posible determinar su orientación y posición en el plano. Aunque en la literatura se encuentra poca información acerca de un método directo para extraer la fase a este tipo de distribuciones, se plantea la estrategia de hacer un cambio de coordenadas, de tal manera que el sistema de franjas radiales se comporte como un sistema de franjas rectangulares. El cambio de coordenadas rectangulares a polares implica calcular correctamente la ubicación del centro de la rejilla radial. De esta manera, la imagen final con la transformación de coordenadas posee franjas paralelas, de la cual es posible extraer la fase empleándose métodos conocidos como la Transformada de Fourier [4], corrimiento de fase [5], Fourier con ventana [6],[7-8] y Transformación de Wavelet [9], entre otros.

### B. Cálculo del centro

Haciendo uso de las propiedades de la transformada de Fourier, es posible determinar las

coordenadas del centro de la rejilla radial con alta precisión [10].

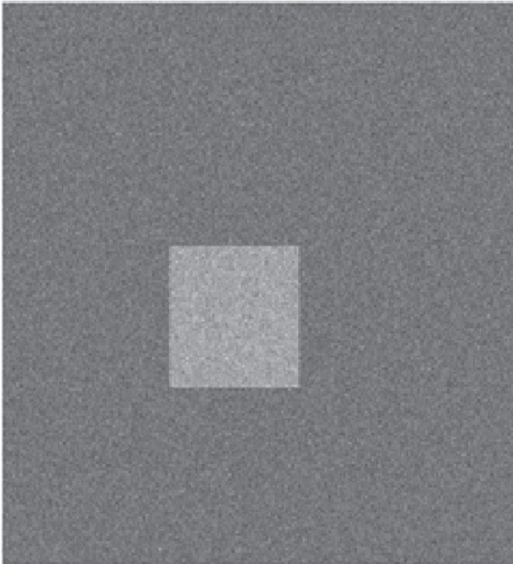
- Desplazamiento en el dominio espacial:  $aa$  transformada de Fourier de una función desplazada presenta un término de fase lineal que depende del desplazamiento.

$$TF\{f_{(x-x_0,y-y_0)}\} = TF\{f_{(x,y)}\}e^{-j2\pi f(x_0+y_0)} \quad (2)$$

Simetría para señales real y par: La transformada de Fourier de una función par es netamente real.

$$TF\{f_{(x,y)}\} \text{ simétrica } \in \mathbb{R} \quad (3)$$

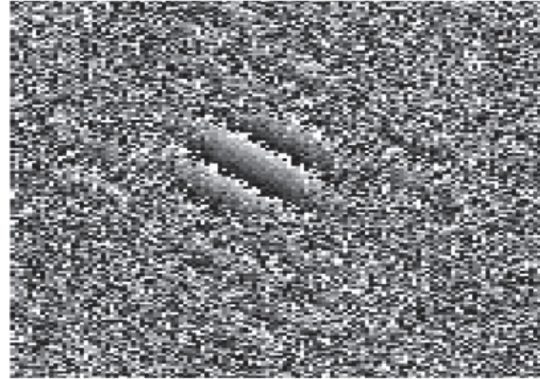
FIG. 2. IMAGEN EMPLEADA PARA VALIDAR EL ALGORITMO DE BÚSQUEDA DEL CENTRO



La Fig. 2 muestra la imagen de un rectángulo con ruido adicionado. Se observa que su centro no coincide con el centro de la imagen. La Fig.3 muestra la fase de la transformada de Fourier, calculada mediante la función arcotangente. Se observa que debido a la función arcotangente, la fase está limitada entre  $\pm\pi$ . Si se eliminan las discontinuidades al adicionar valores enteros de  $2\pi$  se obtiene una fase lineal, cuya pendiente es función del corrimiento del centro del rectángulo con respecto al centro de la imagen. Determinada la pendiente y según (3) se puede calcular el corrimiento  $x_0$  y  $y_0$ . Este valor es empleado para reposicionar la figura y verificar si su parte imaginaria es cero. Debido a la influencia del ruido se desarrolló un procedimiento iterativo que estima

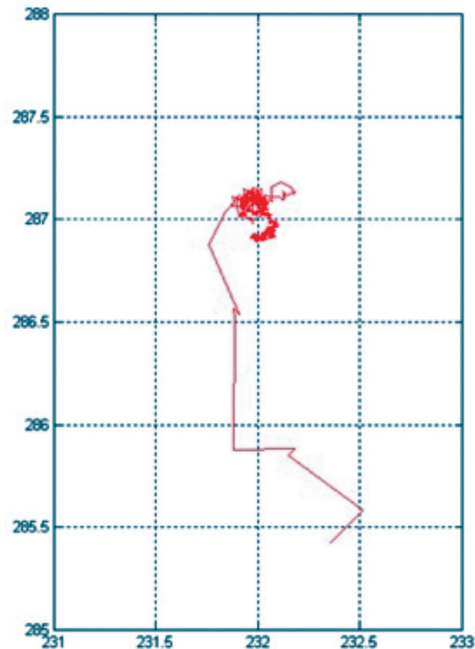
el corrimiento y minimiza el contenido frecuencial de la parte imaginaria. La Fig.4 muestra la trayectoria seguida por el algoritmo en la estimación del centro después de varias iteraciones.

FIG. 3. FASE DE LA TRANSFORMADA DE FOURIER DE LA IMAGEN DE LA FIG. 2



Para el caso de la imagen del rectángulo, el centro teórico fue (232,287) y el procedimiento encontró (232.096,286.963).

FIG. 4. TRAYECTORIA SEGUIDA POR EL ALGORITMO DE BÚSQUEDA DEL CENTRO



### C. Conversión de sistemas de coordenadas

Las ecuaciones (4) y (5) muestran la conversión de sistemas coordenados rectangulares a polares, siendo  $(r, \theta)$  las coordenadas del centro de la rejilla radial, calculadas por el procedimiento indicado anteriormente.

$$R = \sqrt{(x - X_0)^2 + (y - Y_0)^2} \quad (4)$$

$$\theta = \arctg\left(\frac{y - Y_0}{x - X_0}\right) \quad (5)$$

Al realizar este procedimiento se obtiene que cada punto del plano rectangular tiene un punto equivalente en el plano polar y forma un patrón de franjas, como el que se muestra en la Fig. 6.

FIG. 5. CONVERSIÓN DE SISTEMAS COORDENADOS

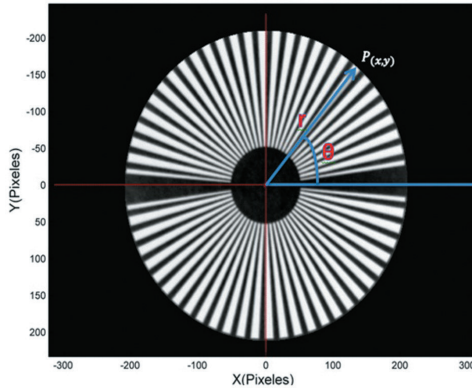
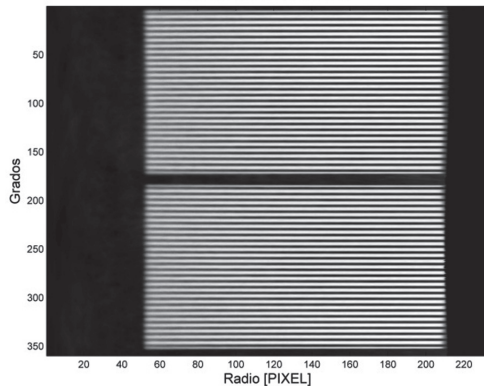


FIG. 6. SISTEMA DE FRANJAS TRANSFORMADO



#### D. Extracción de la fase

Haciendo uso del método de la Transformada de Fourier [4] para sistemas rectangulares, se extrae la fase del sistema de franjas transformado. La distribución en intensidad de un sistema de franjas rectangular se muestra en la Fig. 7.

FIG. 7. PERFIL SINUSOIDAL DEL SISTEMA DE FRANJAS RECTANGULARES

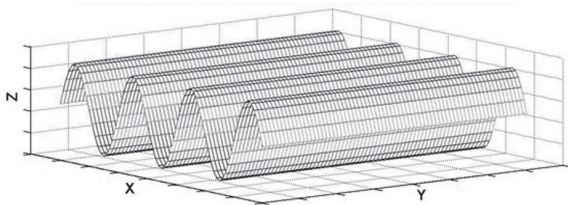


FIG. 8. TRANSFORMADA DE FOURIER

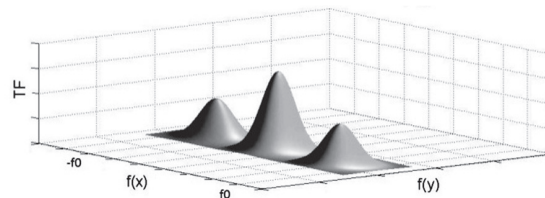


FIG. 9. FILTRO PASA-BANDAS

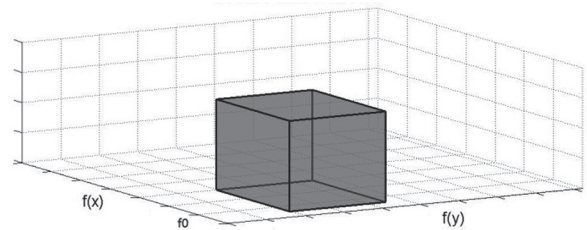


FIG. 10. COMPONENTE TF {} FILTRADA

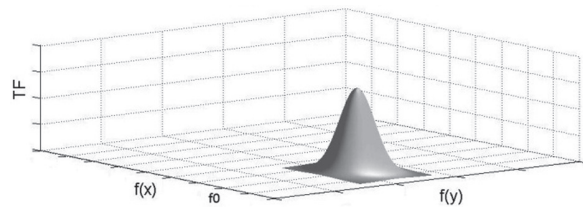


FIG. 11. COMPONENTES REAL E IMAGINARIA

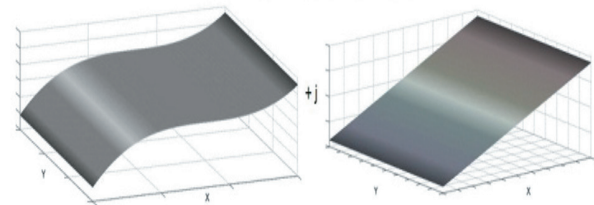
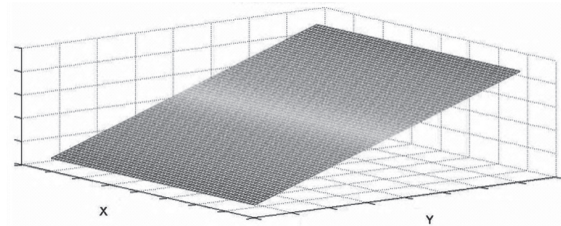


FIG. 12. FASE CONTINUA



Realizada la transformada de Fourier se encuentran tres lóbulos, Fig. 8, uno central debido a la TF de la componente continua y dos lóbulos laterales ubicados en  $\pm f_0 f_0 = 1/P_0$ , correspondiente a la TF de  $A_{(x,y)} \cos(\varphi_{(x,y)})$ .

Un filtro pasa-banda permite filtrar un lóbulo lateral, Fig. 9. Al aplicar la Transformada inversa de Fourier al contenido frecuencial filtrado Fig. 10, se obtiene una distribución compleja como se observa en la Fig. 11. La fase de este complejo

corresponde a la fase geométrica del sistema de franjas rectangulares y la amplitud corresponde al contraste de las franjas. Para obtener la fase del complejo se emplea la función arcotangente, la cual está limitada en el rango de  $[-\pi, \pi]$ ; la fase presenta discontinuidades en las transiciones  $\pm \pi$  que ocurren en las líneas centrales de las franjas negras de la Fig. 5. Para eliminar dichas discontinuidades tradicionalmente se adicionan valores de  $2\pi N$ , siendo  $N$  una función entera en escalón apropiada para eliminar las discontinuidades. Este procedimiento de convertir la fase discontinua en continua es llamado “*Unwrapping algorithm*” [11]. La Fig. 12 muestra la fase continua obtenida después de eliminar las discontinuidades.

El procedimiento anterior es aplicado a la imagen mostrada en la Fig. 6. La Fig. 13 muestra la fase obtenida y la Fig. 14, la fase del sistema de franjas radiales obtenida al realizar la transformación de coordenadas inversas: radiales a rectangulares definidas por (6) y (7).

$$x = x_0 + r \cos(\theta) \quad (6)$$

$$y = y_0 + r \sin(\theta) \quad (7)$$

FIG. 13. FASE OBTENIDA DEL MÉTODO DE LA TRANSFORMADA DE FOURIER APLICADO A LA IMAGEN DE LA FIG. 6

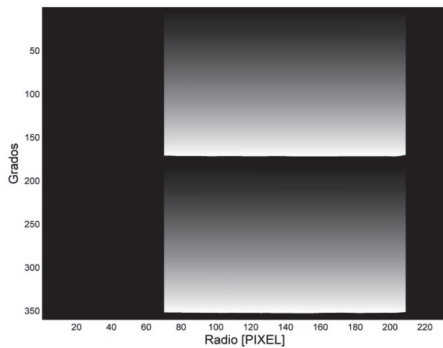
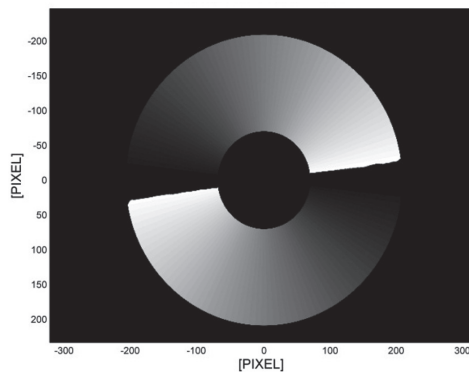


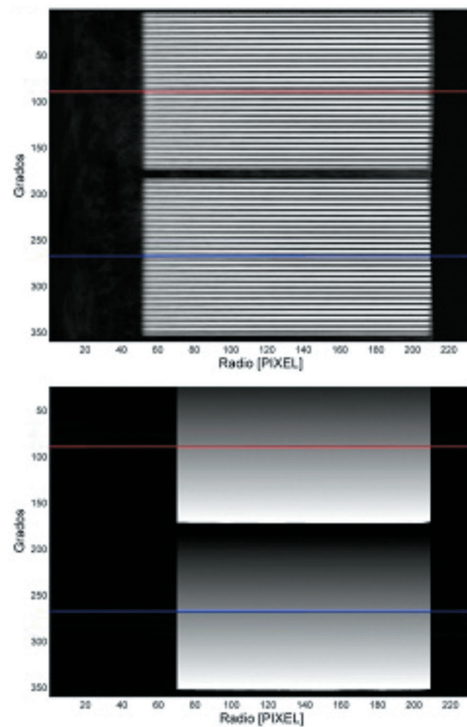
FIG. 14. FASE DEL SISTEMA DE FRANJAS RADIALES DE LA FIG. 5

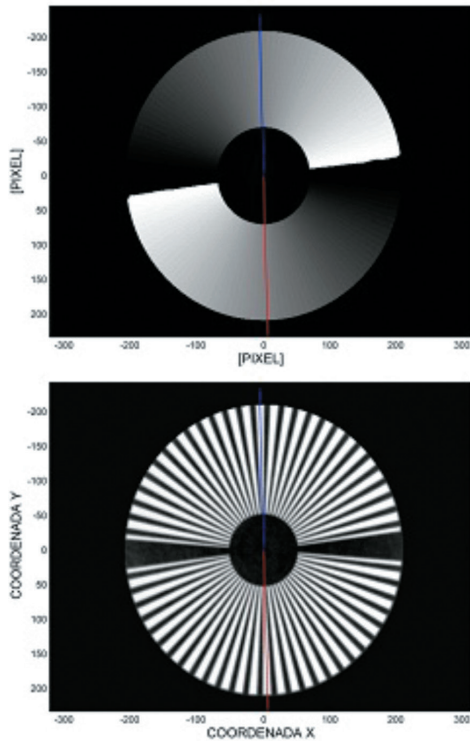


### III MEDIDA DE LA ORIENTACIÓN Y POSICIÓN EN EL PLANO

Una vez obtenida la distribución de fase se procede a emplearla para establecer la posición angular y espacial de la rejilla radial. La rejilla radial ha sido diseñada mediante dos sectores angulares con franjas ubicadas entre dos radios, uno interno menor y otro externo. Las regiones externas son eliminadas por la máscara. Cada sector angular posee, para el caso de la Fig. 1, 28 franjas negras y 27 franjas blancas. Según la función cosenoidal que define las franjas, el centro de una franja blanca debe tener un valor de fase  $2\pi N$ , donde  $N$  es un número entero. Y el centro de una franja negra debe tener un valor impar de  $\pi$  y ubicarse en una discontinuidad de la fase discontinua. La máscara empleada en la rejilla radial hace que el sistema tenga simetría con respecto al centro y se pueda emplear el procedimiento indicado en la sección IIB. De esta manera se puede estimar el centro con precisión subpixel mediante la distribución simétrica de las franjas. El centro calculado permite hacer el seguimiento del desplazamiento espacial en el plano introducido a la rejilla.

FIG. 15. PROCESO PARA EL CÁLCULO DE FASE DEL SISTEMA DE FRANJAS RADIALES.





La posición angular de la rejilla es determinada buscando la fase correspondiente a la franja blanca que se ubica en el centro de cada sector angular. Así, como hay 27 franjas blancas para la rejilla de la Fig. 2, la franja central posee una fase de  $26\pi$ , asignado cero a la primera franja blanca. A partir de los radios máximo y mínimo, y conociendo el número de discontinuidades que corresponde al número de franjas en cada sector, se puede calcular para cada sector las posiciones interpoladas que poseen el valor de fase de la franja central. Esta interpolación define una línea radial que pasa por el centro de la franja central de cada sector, identificadas por las líneas azul y roja en la Fig. 15, y al ser interpoladas poseen precisión subpixel. Al rotar la rejilla radial, el algoritmo desarrollado determina las posiciones angulares de cada línea central en cada sector y al compararlas secuencialmente sus valores, se puede determinar el valor de la rotación introducido.

#### IV VERIFICACION EXPERIMENTAL

Para determinar la precisión del método, se hicieron pruebas de laboratorio en las que se usaron platinas mecánicas de rotación y trasla-

ción que sirvieron como referencia teórica de los desplazamientos; se compararon los resultados obtenidos y se determinó el error del método. También se evaluó la influencia en la precisión para diferentes parámetros de la rejilla radial, como tamaño y paso angular.

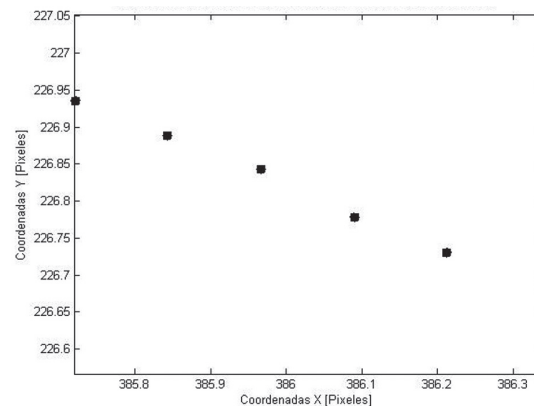
El montaje que se llevó a cabo para la evaluación del método constó de un sistema de rotación y traslación con una precisión de un minuto arco y  $10 \mu\text{m}$ , respectivamente. La rejilla radial se ubicó sobre una superficie plana adherida al sistema de traslación y rotación. Las imágenes fueron adquiridas por una cámara CCD de  $640 \times 480$  pixeles y focal  $12\text{mm}$ , ubicada a  $90\text{cm}$  de la rejilla. En una cuadrícula milimetrada se determinó que un pixel equivale a  $754.15\mu\text{m}$  sobre la rejilla radial.

Para evaluar traslación se desplazó manualmente la rejilla a intervalos de  $100 \mu\text{m}$ . Para cada posición se adquirieron 50 imágenes. La posición inicial se asumió como punto de referencia del desplazamiento.

La Fig. 16 muestra las coordenadas del centro para 5 traslaciones realizadas; cada posición tiene graficada las 50 coordenadas del centro de la rejilla radial.

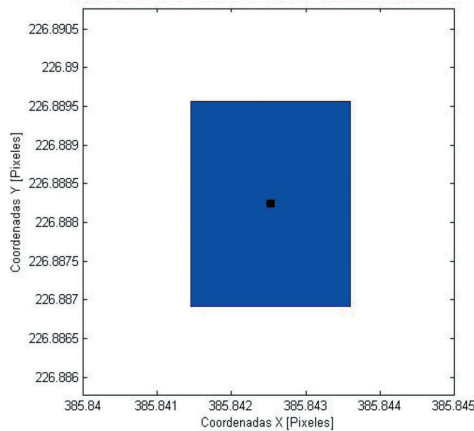
En la Fig. 16 se observa que cada eje posee un tamaño máximo de un pixel: el sistema estima traslaciones al interior de un pixel, lo cual verifica la precisión subpixel del método de medida.

FIG. 16. DISPERSIONES EN DETECCIÓN DE CENTRO PARA 6 POSICIONES.



Al adquirir 50 imágenes en cada posición se encuentra que el centro calculado presenta una desviación cercana a  $0.0025$  pixeles, que corresponde a  $1.88 \mu\text{m}$  sobre el objeto, como se puede observar en la Fig. 17.

FIG. 17. DISPERSIONES EN DETECCIÓN DE CENTRO PARA UNA POSICIÓN



**A. Influencia del tamaño y número de franjas en el cálculo del centro.**

Con el fin de establecer la influencia del paso y tamaño de la rejilla en el error, se utilizaron rejillas radiales de 24, 16 y 12 franjas en cada sector angular, para rejillas de igual tamaño.

FIG. 18. DIFERENCIA ENTRE DESPLAZAMIENTO TEÓRICO Y EXPERIMENTAL PARA REJILLAS CON DIFERENTE NÚMERO DE FRANJAS

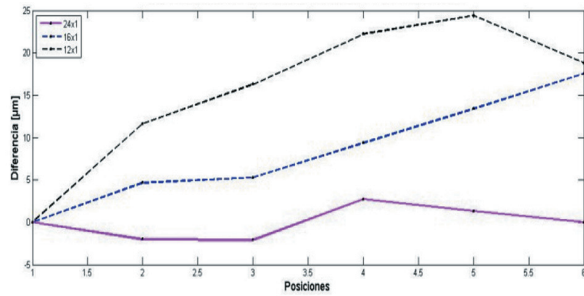
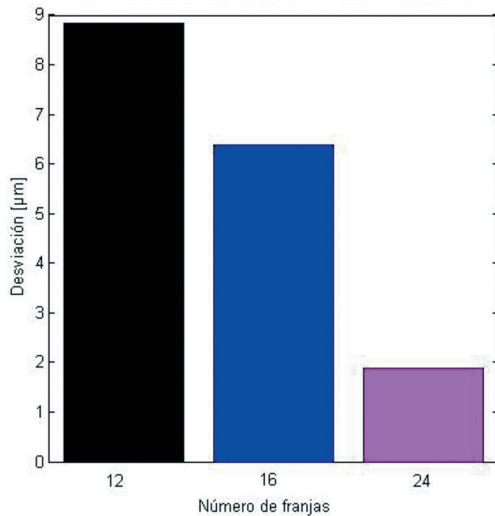


FIG. 19. DESVIACIÓN ESTÁNDAR DEL ERROR PARA REJILLAS CON DIFERENTE NÚMERO DE FRANJAS



La Fig. 18 muestra el error medido como la diferencia entre la posición esperada y la posición calculada con el método, para cada rejilla en función del desplazamiento introducido. La Fig. 19 muestra la desviación estándar del error medido para cada rejilla. Se concluye que para rejillas de igual tamaño hay una relación inversa entre el número de franjas y el error introducido: a menor número de franjas mayor error.

FIG. 20. DIFERENCIA ENTRE DESPLAZAMIENTO TEÓRICO Y EXPERIMENTAL PARA REJILLAS DE DIFERENTE TAMAÑO

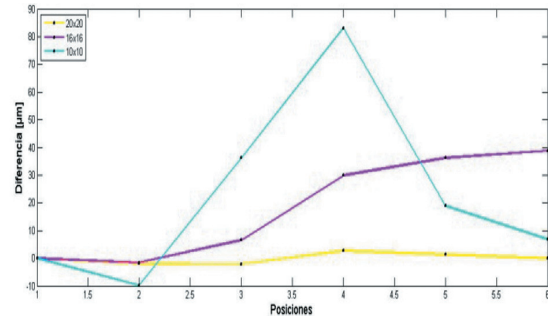
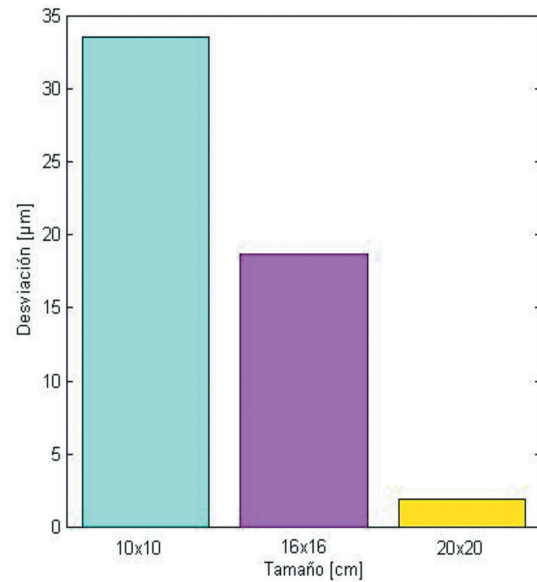


FIG. 21. DESVIACIÓN ESTÁNDAR DEL ERROR PARA REJILLAS DE DIFERENTE TAMAÑO

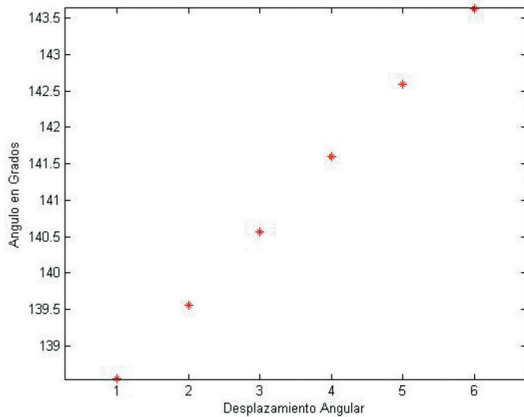


El tamaño es otra variable importante en el procedimiento. Para tal fin se evaluó el error introducido por el algoritmo para rejillas radiales de 10, 16 y 20 cm de diámetro.

De igual forma, las curvas de error en función del desplazamiento y la desviación estándar del error en función del tamaño de la rejilla, las Fig.20 y Fig.21, indican que a mayor tamaño de rejilla menor error se comete en el cálculo del centro.

La evaluación en rotación se hizo con desplazamientos angulares de un grado, adquiriendo 50 imágenes para cada posición.

FIG. 22. DISPERSIONES EN DETECCIÓN DE ÁNGULO DE ORIENTACIÓN DE LA REJILLA PARA 6 POSICIONES ANGULARES.



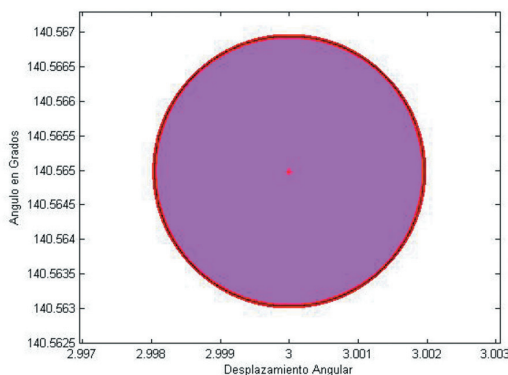
En la Fig. 22, cada punto representa el ángulo de orientación de la rejilla radial para las diferentes desplazamientos angulares, empleando la posición angular de un sector con franjas.

Según la resolución de la imagen el ángulo mínimo que se puede medir a precisión pixel es de 0.08952 grados que corresponde a:

$$\theta_{min} = \tan^{-1}\left(\frac{1}{640}\right) \quad (8)$$

donde 640 es el número de pixeles horizontales de la imagen. Al adquirir 50 imágenes para una posición y calcular el ángulo de orientación de la rejilla este presenta una desviación de 0.004 grados, Fig. 23.

FIG. 23. DISPERSIONES EN DETECCIÓN DE ÁNGULO DE ORIENTACIÓN DE LA REJILLA PARA UNA POSICIÓN ANGULAR



De esta forma se demuestra que el método tiene precisión subpixel, es decir, el método puede

medir rotaciones inferiores al límite de rotación que se puede medir con la cámara.

### B. Influencia del tamaño y número de franjas en el cálculo de orientación angular de la rejilla.

Se construyeron rejillas con 12, 16 y 20 franjas, con las que se evaluó la diferencia entre valor teórico y experimental de las posiciones angulares.

FIG. 24. DIFERENCIA ENTRE DESPLAZAMIENTO ANGULAR TEÓRICO Y EXPERIMENTAL PARA REJILLAS CON DIFERENTE NÚMERO DE FRANJAS

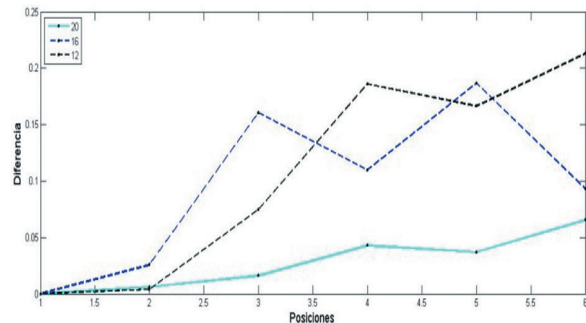
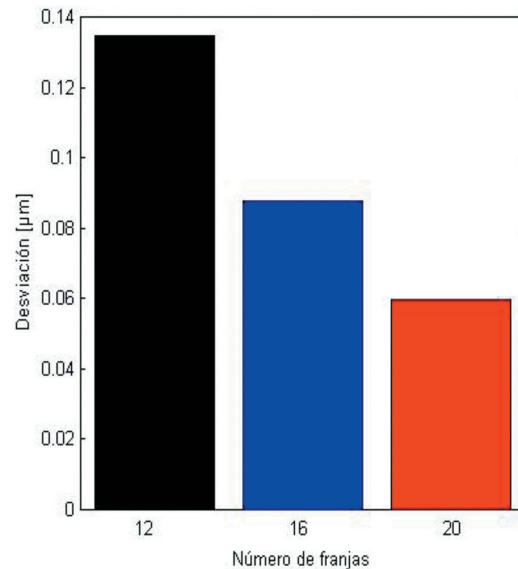


FIG. 25. DESVIACIÓN ESTÁNDAR DEL ERROR PARA REJILLAS CON DIFERENTE NÚMERO DE FRANJAS



De igual forma, se evaluaron los errores en función de las diferentes posiciones angulares y la desviación estándar para cada rejilla, Fig. 24 y Fig. 25. Se demuestra que para una rejilla radial con mayor número de franjas el error en el cálculo de orientación es menor.



FIG. 26. DIFERENCIA ENTRE DESPLAZAMIENTO ANGULAR TEÓRICO Y EXPERIMENTAL PARA REJILLAS DE DIFERENTE TAMAÑO.

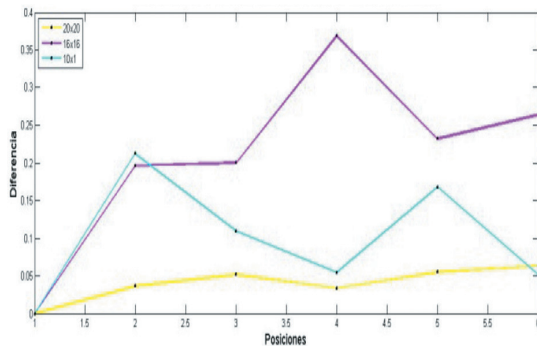
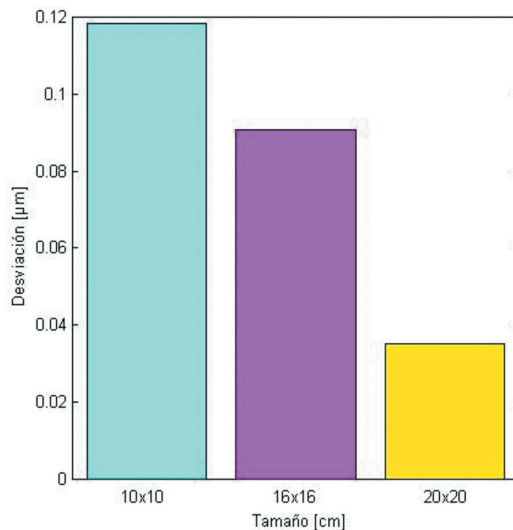


FIG. 27. DESVIACIÓN ESTÁNDAR DEL ERROR PARA REJILLAS CON DIFERENTE NÚMERO DE FRANJAS



De igual forma se evaluó el comportamiento del tamaño de la rejilla para igual número de franjas. Como era de esperarse el error en el cálculo del ángulo de orientación de la rejilla radial es menor, cuando el tamaño es mayor, Fig. 26 y Fig. 27.

## V. CONCLUSION

En el presente artículo se presenta un método para medir la posición y rotación de un objeto en el plano. El procedimiento emplea un procesamiento digital de imágenes sobre una rejilla con franjas distribuidas radialmente. El procesamiento se basa en la extracción de la fase del sistema de franjas radial, con el método de la transformada de Fourier. El cálculo de la fase se realiza al hacer una transformación de sistemas coordenados y determinar el centro a partir de la información de fase de la imagen simétrica de la rejilla. Las evaluaciones experimentales demuestran que el mé-

todo permite medir desplazamientos y rotaciones a valores inferiores a los definidos por el pixelado realizado por la cámara CCD. También se demuestra que rejillas de tamaño grande y mayor número de franjas introducen menor error en el cálculo de desplazamientos y rotaciones. La etapa siguiente de la investigación consiste en realizar la evaluación experimental del método propuesto con otro sistema que mida rotaciones y/o traslaciones de precisiones conocidas.

## AGRADECIMIENTOS

La investigación fue apoyada por la Vicerrectoría de Investigaciones y Extensión de la Universidad Industrial de Santander, Colombia (Proyecto No. 5184: Posicionamiento global de alta resolución a campo extendido por visión estéreo: Aplicaciones en metrología óptica).

## REFERENCIAS

- [1] N. Arias, J. Meneses, y M. Suárez, "Medida de la Orientación, Posición y Desplazamiento en el Plano de un Objeto por Codificación de Fase," *Bistua: Revista de la Facultad de Ciencias Básicas*, Vol. 7, No. 2, pp. 1-8, julio - diciembre, 2009.
- [2] N. Arias, *Reconstrucción 3D a manos libres: Estrategia de posicionamiento global*, Tesis Doctoral, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, COLOMBIA. 2010
- [3] N. Reina, *Análisis Teórico - Experimental de un Sistema de Franjas Radiales: Aplicaciones en Posicionamiento Global de un Objeto*, Tesis pregrado, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia. 2010.
- [4] M. Takeda, H. Ina, and S. Kobayashi, "Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry", *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 72, pp. 156-160, 1982.
- [5] Z. Pérez, L. Romero, *Sistema Óptico de Reconstrucción Tridimensional para la detección de Ampollas en Recubrimientos*, Tesis Pregrado, Universidad Industrial de Santander, 2004.
- [6] Q. Kemao, "Windowed Fourier transform for fringe pattern analysis," *Applied Optics*, vol. 43, pp. 2695-702, 2004.
- [7] Q. Kemao, "Two-dimensional windowed Fourier transform for fringe pattern analysis: Principles, applications and implementations," *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 45, pp.304-17, 2007.

- [8] Z. Wang Z and H. Ma, "Advanced continuous wavelet transform algorithm for digital interferogram analysis and processing," *Optical Engineering*, Vol. 45, pp. 045601, 2006.
- [9] P. Sandoz, "Wavelet transform as a processing tool in white-light interferometry," *Optics Letters*, Vol. 22, pp. 1065-1067, 1997.
- [10] L. Oriat and E. Lantz, "Subpixel detection of the center of an object using a spectral phase algorithm on the image", *Pattern Recognition*, Vol. 31, No. 6, pp. 761-771, June 1998.
- [11] J. Meneses, T. Gharbi and P. Humbert, "Phase Unwrapping algorithm for images with high noise content based on a local histogram," *Appl. Opt.* vol. 44, No. 1, pp. 1207-15, 2005.