Evaluación computacional del flujo a través de membranas porosas

Computational evaluation of fluid flow through porous membranes

Tatiana López Montoya

Ingeniera Mecánica, Universidad Pontifica Bolivariana Investigador auxiliar Grupo de Energía y Termodinámica, Universidad Pontificia Bolivariana Medellín, Colombia tatiana.lopezmo@alfa.upb.edu.co

Mauricio Giraldo Orozco

Ph.D. Ingeniería, Universidad Pontificia Bolivariana Docente e Investigador Grupo de Energía y Termodinámica, Universidad Pontificia Bolivariana Medellín, Colombia mauricio.giraldo@upb.edu.co

César Nieto Londoño

Ph.D. Ingeniería, Universidad Pontificia Bolivariana Docente e Investigador Grupo de Investigación en Ingeniería Aeroespacial, Universidad Pontificia Bolivariana Medellín, Colombia cesar.nieto@upb.edu.co

Resumen- El flujo a través de membranas porosas es de vital importancia en el entendimiento de diversos fenómenos industriales y biológicos. Y recientemente ha crecido el interés de su estudio para aplicaciones de transferencia de calor mejorada y a escalas pequeñas. Antes de involucrar la transferencia de calor en las membranas se hace un estudio hidrodinámico para ayudar a su caracterización. En el presente artículo se presenta el estudio realizado al comportamiento de la presión y perfiles de velocidad asociados al flujo de un fluido incompresible a través de una membrana porosa en diferentes condiciones de empaquetamiento. Con el fin de establecer una base comparativa adecuada, la membrana porosa es representada mediante un empaquetamiento de esferas en arreglo triangular desfasado. Los resultados obtenidos mediante el software de CFD Fluent mostraron una gran influencia de la distribución espacial de las esferas en el canal sobre la caída de presión. Desde el punto de vista de patrones de flujo, se observó una interacción fuerte entre los flujos aguas abajo de cada esfera. En la última capa de esferas, se presenta un desprendimiento de vórtices influenciado tanto por el tamaño de la esfera, como por el número de esferas empleado para representar la membrana.

Palabras clave— Factor de empaquetamiento CFD membranas porosas

Abstract— In the present article, study of the behavior of flow profiles and pressure associated with the flow of an incompressible fluid across a porous media with different packing conditions is shown. For practical purpose, the porous media was modeled as a staggered packed bed of spheres. The simulation was made in CFD software Fluent. Results showed a great influence of the sphere diameter in the pressure drop. Regarding streaklines, there was found to be a strong interaction between the flows of each sphere downstream. A vortex detachment influenced both by the sphere size and the number of spheres was present in the last layer of the bank of spheres.

Keywords- CFD Porous media

I. INTRODUCCIÓN

La tecnología de micro-sistemas (MST por sus siglas en inglés) se ha desarrollado a pasos agigantados desde hace varias décadas. El objetivo es incrementar la capacidad de estos dispositivos y aumentar su potencia, lo cual conlleva a grandes cantidades de calor que necesitan ser extraídas para garantizar el correcto funcionamiento de los dispositivos. Más concretamente se ha trabajado en intercambiadores de calor del tamaño necesario para poder implementarlos en los MST. Los micro-intercambiadores de calor ofrecen muchas ventajas sobre sus semejantes a escalas mayores, la transferencia de calor por unidad de área es mucho mayor, su desempeño global también es superior y debido a su tamaño son más económicos, entre otras [1]-[2]. Debido a la reducción de espacio por el cambio de escala, se han implementado micro-canales como medio para que se lleve a cabo el intercambio de calor. Pero dichas geometrías tienen asociadas una gran caída de presión debido a los diámetros hidráulicos tan pequeños, además a estas escalas las condiciones superficiales toman mayor importancia sobre los patrones de flujo y transferencia de calor. Como alternativa a los micro-canales se propone utilizar membranas porosas [3]-[4].

Debido a la naturaleza de su geometría, las membranas ofrecen un espacio propicio para el intercambio de calor entre dos fluidos. De hecho existen trabajos previos donde se utilizaron medios porosos para aplicaciones de enfriamiento y transferencia de calor. Lage et al. realizaron un estudio con matrices porosas de aluminio comprimidas para caracterizarlas térmica e hidráulicamente enfocando su uso en micro-intercambiadores de calor [5]. Por su parte Jiang et al. realizaron un estudio teórico y experimental comparativo entre un microintercambiador de calor con canales (MCHE) y un micro-intercambiador de calor con medio poroso (MPHE) donde llegaron a la conclusión de que desde el punto de vista de transferencia de calor el MPHE tiene mejor desempeño pero en términos termohidráulicos, el mejor desempeño fue para el MCHE con canales profundos [6]. Estudios con enfogues más específicos en el tema se pueden encontrar en la literatura tal como el de Trebotich y Miller, que presentaron un nuevo método de simulación para aplicaciones en microfluídica que involucran fenómenos de transporte de partículas coloidales a escala micrométrica [7]. Tomado en cuenta lo anterior, se hace necesario evaluar con detenimiento el comportamiento hidrodinámico de membranas porosas, e involucrar tanto los comportamientos puramente cinéticos, como las caídas de presión asociadas, con el fin de aprovechar adecuadamente las ventajas evidenciadas experimentalmente en cuanto a la transferencia de calor [6].

Este trabajo se concentra en el comportamiento de los campos de velocidades y las caídas de presión que suceden en una membrana. Con el fin de presentar parámetros comparativos adecuados, la membrana es simulada como un sistema de esferas en arreglo triangular, particularmente dos configuraciones diferentes espaciales y tres diámetros diferentes, los cuales son evaluados desde los puntos de vista ya mencionados. El trabajo inicia con una descripción del medio poroso empleado para las simulaciones computacionales, seguido de una breve descripción de los modelos matemáticos y las condiciones de frontera necesarias. Finalmente, se presentan los resultados de la simulación y las conclusiones del trabajo.

II. MEDIO POROSO COMPUTACIONAL

Generalmente los materiales porosos presentan estructuras aleatorias [8], pero dado que es difícil establecer una estructura aleatoria representativa y, más aún, cambiar sus parámetros, para este estudio se optó por la utilización de arreglos triangulares desfasados de esferas, como el mostrado en la Fig. 1. La sección transversal del canal donde se encuentra el arreglo de esferas es de 0.01 m².

Fig. 1. ARREGLO TRIANGULAR DE ESFERAS



Se emplearon dos configuraciones diferentes de arreglos, las cuales se diferenciaron por la separación entre esferas, tanto adyacentes como tangentes, de la cara que enfrenta al flujo. En la Fig. 2 se muestran a modo ilustrativo los espaciamientos para el arreglo de esferas de 15mm de diámetro, las medidas de los espaciamientos están en milímetros. Para ambas configuraciones el volumen total ocupado por el arreglo se mantuvo constante. Igualmente, para ver la influencia del tamaño de la esfera se trabajó con arreglos de esferas de 15, 18 y 32mm de diámetro.

En la Tabla I se muestran los factores de empaquetamiento (espacio ocupado/ espacio total) para las diferentes configuraciones tomando como referencia un volumen total de 100.000mm³, que sería el volumen del cubo tomado como base para crear el arreglo de esferas.

TABLA I FACTOR DE EMPAQUETAMIENTO

	D15	D18	D32
Conf 1	40.82%	37.56%	39.46%
Conf 2	44,53%	34,51%	39.46%

Estrictamente un medio poroso común no presenta la uniformidad ni la simetría que se obtiene con la geometría utilizada, pero tradicionalmente se han utilizado empaquetamientos de esferas y cilindros para estudiar el flujo a través de medios porosos de forma teórica y numérica con resultados aceptables que han sido validados con montajes experimentales [9]-[11].



Fig. 2. CONFIGURACIONES 1 Y 2 CON ESFERAS DE 15, 18 Y 32MM DE DIÁMETRO RESPECTIVAMENTE

III. ECUACIONES GOBERNANTES Y CONDICIONES DE FRONTERA

El comportamiento de fluidos newtonianos está gobernado por las ecuaciones de Navier-Stokes. Para el estudio fluido-dinámico del flujo a través de los arreglos de esferas, se requiere la utilización de un modelo en 3D constituido por las ecuaciones de continuidad y de cantidad de movimiento lineal, las cuales se muestran a continuación para fluidos newtonianos incompresibles:

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \tag{1}$$

$$-\nabla P + \mu \nabla^2 \vec{v} = \rho \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} \tag{2}$$

Donde v, P, μ y ρ corresponden a la velocidad, presión, viscosidad dinámica y densidad, respectivamente. Además, se considera que el fluido es de propiedades constantes, incompresible, con flujo isotérmico y se encuentra en estado estacionario. La longitud característica mínima del arreglo de esferas es suficientemente grande para considerar una condición de no deslizamiento sobre las paredes [12]. Por el extremo de entrada se tiene un flujo con una velocidad *U* y por el extremo de salida del canal se tiene un flujo con presión atmosférica.

A. Mallado

Para la construcción de la malla se utilizó la herramienta de mallado de Ansys 12.1. La geometría de la malla se construyó con elementos tetraédricos. Debido a la complejidad de la geometría, al tamaño de los canales formados por el espacio entre esferas y que los mayores gradientes de velocidad se encuentran en las paredes, fue necesario reforzar la malla alrededor de las esferas. Para esto se utilizó un sizing (función que regula el tamaño de malla) con elementos de 0,001m, que refinó la malla alrededor de las esferas. Como es evidente, dos esferas presentan un solo punto de contacto, lo cual puede generar problemas al momento de contacto, por lo tanto, se optó por dejar un pequeño espacio entre las esferas para llevar a cabo las simulaciones. La configuración de una malla típica implementada en el arreglo triangular de esferas está compuesta por 3243702 elementos tetraédricos y 639034 nodos.

La malla se puede ver en la Fig. 3.

Fig. 3. CORTE LONGITUDINAL DE MALLA TÍPICA PARA EL CANAL Y ARRE-GLO DE ESFERAS



B. Método de solución

La estrategia utilizada comúnmente para la simulación del flujo en medios porosos implica la 88

adición de un término asociado a la porosidad en la ecuación de momentum. Si bien esta forma permite una correcta aproximación a la caída de presión y otros comportamientos relevantes, no permite visualizar campos de flujo, e inclusive, en algunos casos, es difícil establecer los parámetros adecuados para diferentes membranas. Por lo tanto, este trabajo pretende simular directamente el flujo en diferentes configuración de una membrana simulada, empleando las ecuaciones mostradas en la sección III. Dichas ecuaciones fueron resueltas para un régimen laminar estacionario mediante el método de volúmenes finitos (FVM por sus siglas en inglés) implementado en el software AnsysFluent. FVM involucra la discretización e integración de las ecuaciones gobernantes sobre el dominio del control de volumen. Para este caso, el dominio de solución fue un canal horizontal de 0.4 m de longitud y de sección transversal cuadrada de 0,01m de lado, en cuyo centro se encontraba el arreglo de esferas. La longitud del canal es suficiente para permitir un flujo laminar totalmente desarrollado (8 diámetros hidráulicos aproximadamente).

El algoritmo que utiliza Fluent para resolver las ecuaciones en volúmenes finitos es el método semi-implicito para acoplar las ecuaciones de presión (SIMPLE -semi-implicit method for pressure-linked equations- por sus siglas en inglés). En el esquema SIMPLE se utiliza una ecuación adicional a las anteriormente mencionadas que sirve de enlace entre la velocidad y la presión, ya que en la ecuación de continuidad no aparece la variable presión de forma explícita. En forma general, el procedimiento del algoritmo SIMPLE consiste en un proceso iterativo donde se comienza por suponer unos valores iniciales para los campos de velocidad y presión, luego se resuelve el conjunto de ecuaciones discretizadas y se utiliza una ecuación de corrección. Este proceso se repite hasta que converja la solución [13]. El software Ansys Fluent tiene predeterminado el esquema de discretización UPWIND, el cual consiste en la discretización de los términos diferenciales de las ecuaciones que se van a resolver, de forma que el valor de la variable en un nodo determinado es función únicamente de los valores de dicha variable en el nodo situado justo aguas arriba.

IV. RESULTADOS

Para las simulaciones llevadas a cabo en el software Fluent, se trabajó con agua como fluido de trabajo con dos diferentes velocidades de entrada. Se realizaron simulaciones para ambas configuraciones de arreglos y tres diferentes tamaños de esferas. El número de Reynolds para el canal con el medio poroso en medio se calculó con las siguientes ecuaciones [14]:

$$R_e = \frac{VK^{1/2}}{\nu} \tag{3}$$

Donde *V* es la velocidad perpendicular a la superficie de la membrana porosa, *K* es la permeabilidad y $\sqrt{}$ es la viscosidad cinemática. Para calcular las propiedades del fluido se tomó como referencia una temperatura de 25°C. Para una columna de esferas empaquetadas de diámetro *d*, y de porosidad φ , Ergun propuso la siguiente correlación para calcular su permeabilidad *K*;

$$K = \frac{d^2 \phi^3}{[150(1-\phi)^2]} \tag{4}$$

A su vez, la porosidad de un medio poroso ubicado en medio de un canal cerrado se puede calcular como [15]:

$$\phi = \frac{A_p \Delta x}{A \Delta x} \tag{5}$$

Donde *Ap* representa el área ocupada por el fluido (área sombreada en la Fig. 4) y *A*, el área total de la sección transversal.



En la Tabla II se muestran para las diferentes configuraciones y diámetros, su porosidad, permeabilidad y el número de Reynolds para cada una de las velocidades de entrada. El valor de la velocidad para el Re1 es de 0,001m/s y para el Re2 es de 0,072m/s.

	Porosidad	Permeabilidad [m2]	Re1 @ 0,001m/s	Re 2 @ 0,072m/s
D15 1	0,184	14 x 10-9	0,13	9,54
D15 2	0,179	13 x 10-9	0,13	9,04
D18 1	0,238	35 x 10-9	0,25	18
D18 2	0,242	37 x 10-9	0,26	18,55
D32 1	0,157	81 x 10-10	0,21	15,45
D32 2	0,156	80 x 10-10	0,21	15,33

TABLA II CARACTERÍSTICAS DE LOS DIFERENTES MEDIOS POROSOS

Los resultados obtenidos para la caída de presión medida entre la entrada del canal y su salida, se pueden ver en la Fig. 5.

Como era de esperarse, para una misma configuración, a mayor número de Reynolds mayor caída de presión se tiene a través de la membrana.

Fig. 5. RESULTADOS DE LA CAÍDA DE PRESIÓN PARA LOS DIFERENTES DIÁMETROS Y CONFIGURACIONES









D 15 Re 9,54 - 9,04





La mayor caída de presión se presentó con el arreglo de menor diámetro de esferas. Aunque el volumen total se mantenga constante, la configuración del espaciamiento entre esferas también influye en la caída de presión, y como se puede ver en las gráficas, la configuración dos que tiene menor espaciamiento, generó una menor caída de presión. Excepto para el caso de las esferas de diámetro 32mm, donde sucedió el caso contrario. Ya que al reducir el espacio entre esferas para la configuración dos, se dejó mayor espacio entre el arreglo de esferas y el canal por donde el fluido encontró menor resistencia al fluir (y aunque se acercaron más las esferas entre sí, no se creó suficiente espacio para adicionar más esferas).

Otro factor interesante en lo relacionado a las caídas de presión, se refiere a la relación entre el valor de dicha caída y el diámetro. Por ejemplo, en el caso de la configuración uno con los Reynolds entre 7 y 15, un incremento de 3mm, equivalentemente a solo el 20%, representa una reducción del 27.2%. Más aún, cuando el diámetro se incrementa un 113% (de 15mm a 32mm) la caída de presión se reduce en 58.5%.

Cabe resaltar que el arreglo con las esferas de mayor diámetro tuvo un comportamiento inverso al de las otros dos. Al conservarse el mismo volumen total, esto hizo que las esferas de diámetro de 32mm dejaran muchos espacios libres en los extremos del arreglo haciendo que el flujo pudiera desviarse fácilmente por ahí y así evitar cruzar a través del medio poroso, esto también pudo haber sido la causa del por qué la configuración uno (con esferas de diámetro de 32mm) presentara menor caída de presión que la configuración dos, diferente a los otros dos casos.

Un contorno típico de presión para la geometría del problema es mostrado en la Fig. 6, Se puede observar que el comportamiento de la presión no es igual para todas las esferas debido a la configuración triangular desfasada utilizada, así como tampoco es uniforme sobre una misma esfera, esto debido a que la distribución de la velocidad varía dependiendo de las esferas que la rodean.

Hay esferas que están totalmente rodeadas por otras esferas, mientras que otras presentan espacios libres cerca a las paredes del canal por donde el flujo se comporta de manera diferente al no tener restricciones, esto se puede ver mejor en Fig. 7, donde se muestran cortes paralelos al sentido del flujo con los contornos de presión sobre las esferas. En estas figuras se puede observar que para las esferas más pequeñas el flujo es uniforme sobre todas ellas, es decir, el flujo se reparte por igual a través de todo el arreglo, mientras que para los tamaños de esferas más grandes se ve como las esferas de los extremos son las que mayor interacción tienen con el flujo.

Fig. 6. CONTORNO DE PRESIÓN CONFIGURACIÓN 1 D15



Fig. 7. PLANOS CON LOS CONTORNOS DE PRESIÓN PARA LAS DIFE-RENTES ARREGLOS. D15C1, D15C2, D18C1, D18C2, D32C1 Y D32C2 RESPECTIVAMENTE











Adicionalmente, en las Fig. 8 y 9 se muestra la relación entre el factor de empaquetamiento y la caída de presión sobre las membranas.

Fig. 8. RELACIÓN EMPAQUETAMIENTO VS. CAÍDA DE PRESIÓN PARA UNA VELOCIDAD DE 0,072M/S



Fig. 9. RELACIÓN EMPAQUETAMIENTO VS. CAÍDA DE PRESIÓN PARA UNA VELOCIDAD DE 0,001M/S



Como era de esperarse, las caídas de presión se incrementan a medida que se incrementa el factor de empaquetamiento del sistema. Otro factor interesante que se evidencia es cómo la configuración 2 tiene una pendiente mayor que la que se presenta en la configuración 1, lo que mue entonces, una influencia mucho mayor del diámetro de las esferas para estos casos. Otro factor que salta a la vista es la falta de correlación entre resultados de las diferentes configuraciones con los resultados de los bancos de esferas con 32mm de diámetro. Esto se debe, como ya se había manifestado anteriormente, a los espacios existentes entre las paredes y las esferas. Si bien esto hace imposible realizar una comparación cuantitativa entre los resultados, si permite intuir que la caída de presión es significativa, pues implica que el flujo evita parar por el espacio ocupado por las esferas.

La Fig. 10 muestra las líneas de corriente las cuales describen el flujo a través del medio poroso.

Dichas líneas ilustran cómo al cambiar bruscamente de dirección, se generan regiones circulares en la superficie de las esferas, las cuales representan las zonas de estancamiento. El comportamiento del flujo permanece de forma organizada mientras fluye a través de la zona central del arreglo de esferas, mientras que en la parte superior e inferior al terminarse el medio poroso tienden a formarse pequeños remolinos causados por la forma brusca del flujo. Lo cual puede explicar la presión negativa que se presenta en las caras de las esferas de la última capa. Al darse los posibles remolinos, parte del flujo se devolvería momentáneamente debido a la baja velocidad, al hacer que estas presiones tiendan a cero.

Fig. 10. LÍNEAS DE CORRIENTE A TRAVÉS DEL ARREGLO DE CONFIGURACIÓN 1 D32



En la Fig. 11 Se muestra el contorno de velocidad, para cada tamaño de esfera y sus dos configuraciones, en un plano paralelo al sentido del flujo. De estas imágenes se puede ver cómo para todos los tamaños de esferas se presenta una gran simetría respecto al eje z, lo cual es lógico ya que los contornos de presión también mostraron esta misma simetría. Se puede observar cómo en los extremos del arreglo y en los espacios entre esferas se da una aceleración del flujo, que lleva a la formación de zonas de alta velocidad, que al entrar a la última capa de esferas se encuentra con la zona de estancamiento y propicia la formación

de turbulencia y el desprendimiento de vórtices. Las zonas de alta velocidad son más notorias en las esferas pequeñas, pero la formación de turbulencia y el desprendimiento de vórtices se hacen más evidentes en los arreglos de esferas más grandes. Este comportamiento concuerda con el comportamiento de la presión, es decir, en la última capa de esferas se tiene una contrapresión que ocasiona cambios en la dirección del flujo y por ende se origina la turbulencia.

De estas figuras también se puede ver una clara diferencia entre las dos configuraciones de arreglos, para los tres tamaños de esferas, la configuración uno muestra una zona de muy baja velocidad detrás de la última capa de esferas, que en común tienden a formar un perfil parabólico que aumenta con el aumento del tamaño de esfera, mientras que para la configuración dos las zonas de estancamiento se dan de forma individual para cada una de las esferas de la última capa.



Fig. 11. PLANOS CON LOS CONTORNOS DE VELOCIDAD PARA LOS DIFE-RENTES ARREGLOS. D15C1, D15C2, D18C1, D18C2, D32C1 Y D32C2 RESPECTIVAMENTE













0.00 0.00

V. CONCLUSIONES

El estudio del comportamiento hidrodinámico (caída de presión y patrones de flujo) a través de un medio poroso fue realizado mediante un arreglo triangular desfasado de esferas. Las ecuaciones fundamentales del flujo de fluidos fueron solucionadas numéricamente para encontrar la caída de presión sobre el arreglo. Las simulaciones fueron realizadas en el software de CFD Fluent.

En general, se encontró que el diámetro de las esferas tiene gran influencia sobre la caída de presión, generándose en mayor proporción para los arreglos de menor diámetro de esferas. El espaciamiento entre esferas, principalmente de la cara que enfrenta al flujo perpendicularmente, tiene gran influencia sobre la caída de presión. Para el medio poroso de menor diámetro la influencia del espaciamiento entre esferas es menor. También se observó una interacción fuerte entre los flujos aguas abajo de cada esfera. Presentándose en la última fila de esferas un desprendimiento de vórtices que aumenta a medida que aumenta el diámetro de las esferas.

Partiendo de estos resultados es posible entonces concluir que un adecuado control sobre el factor de empaquetamiento y la distribución de las estructuras puede mejorar significativamente el comportamiento hidrodinámico de las membranas porosas, haciéndolas una alternativa atractiva para su empleo en sistemas de transferencia de calor y recuperación de calor.

REFERENCIAS

- [1] B. Ramos-Alvarado, P. Li, H. Liu, A. Hernández-Gurerrero, "CFD study of liquid-cooled heat sinks with microchannel flow field configurations for electronics, fuel cells, and concentrated solar cells," Applied Thermal Engineering, vol. 31, no 14, pp. 2494-2507,Oct. 2011.
- [2] T. L. Ngo, Y. Kato, K. Nikitin, T. Ishizuka, "Heat transfer and pressure drop correlations of microchannel heat exchangers with S-shaped and zigzag fins for carbon dioxide cycles," Experimental Thermal and fluid Science, Vol. 32, No. 2, pp. 560- 570, Nov. 2007.
- [3] C. H. Li, P. Hodgins, C.N. Hunter, A.A. Voevodin, J.G. Jones, G.P. Peterson, "Comparison study of liquid replenishing impacts on critical heat flux and heat transfer coefficient of nucleate pool boiling on multiscale modulated porous structures," J. Heat and Mass Transfer, vol.54, pp. 3146-3155, May 2011.
- [4] Q. Yuan, R.A. Williams, N. Arvanti, "Innovations in high throughput manufacturing of uniform emulsions and capsules," Advanced Powder Technologies, Vol. 21, No. 6, pp. 599-608, Nov 2010.
- [5] B.V. Antohe, J.L. Lage, D.C. Price, R.M. Weber, "Numerical characterization of micro heat exchangers using experimentally tested porous aluminium layers," Int. J. Heat and Fluid Flow, vol. 17, no. 6, pp. 594-603, Dec 1996.
- [6] P.X. Jiang, M.H. Fan, G.S. Si, Z.P. Ren, "Thermal-hydraulic performance of small scale micro-channel and porousmedia heat exchangers," Int. Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 44. No. 5, pp.1039-1051, Mar 2001.
- [7] D. Trebotich,G. Miller, "Simulation of flow and transport at the micro (pore) scale," 2nd International Conference on Porous Media and its Applications in Sience and Engineering,USA, 17-21 jun. 2007.
- [8] M.E. Vanegas, R. Quijada, D. Serafini, "Microporous membrane preparated via thermally induced phase separation from metallocenic syndiotactic polypropylenes," Polymer, Vol. 50, No. 9, pp. 2081-2086, abr 2009.

- [9] S.L. Lee, J.H. Yang, "Modeling of Darcy-Forchheimer drag for fluid flow across a bank of circular cylinders," Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol 40, No. 13, pp 3149-3155, Sep 1997.
- [10] C. Nieto, R. Mejía, J. Agudelo, "Dinámica de fluidos computacional aplicada al estudio de regeneradores térmicos," DYNA, año 71, No. 143, pp. 81-93, Nov 2004.
- [11] L.A. Patiño, H.J. Espinoza, D. Suárez, "Convección de calor transitoria en el flujo de fluidos a través de lechos empacados," Universidad, Ciencia y Tecnología, Vol. 9. No. 36, pp. 210-216, Dic 2005.
- [12] M. Giraldo, Y. Ding, R.A. Williams, "Boundary integral study of nanoparticle flow behavior in the proximity of a solid wall," Journal of Physics D: Applied Physics, Vol. 41, No. 8, pp. 503 -512, 2008.
- [13] A. Faghri, Y. Zhang, J. Howell, Advance Heat and Mass Transfer, Global Digital Press, 2010, p. 956.
- [14] A. Bejan, Convection Heat Transfer 3rd ed., Wiley Inter-Science, New York, 1948. pp. 694.
- 15] S. Ergun, "Fluid flow through packed columns," Chemical Engineering Progress, Vol. 48, No. 2, pp. 89-94, 1952._